ROTACIÓN

AUTOR: EDWIN GERARDO ACUÑA ACUÑA

OCTUBRE: 2020

San Marcos

Contenido

Introducción

Los movimientos de rotación están presentes en numerosos fenómenos de la naturaleza. Algunos ejemplos comunes son los péndulos, las balanzas, los trompos, a escala del espacio, el giro de todos los cuerpos celestes conocidos (la Tierra, los planetas y los satélites, el Sol y las estrellas y, también, las galaxias) en torno a un eje, que termina por definir simetrías en los sistemas.

Energía cinética de rotación

Es la suma de la energía cinética de las partículas que lo forman. Cuando un sólido rígido gira en torno a un eje que pasa por su centro de masas las partículas describen un movimento circular en torno a dicho eje con una velocidad lineal distinta según sea la distancia de la partícula al eje de giro pero todas giran con la misma velocidad angular ω, ya que en caso contrario el sólido se deformaría.

Como lo expresa en sus estudios (Pérez, 2015, pág. 78) que el establece que aado un sólido cualquiera sometido a un movimiento de rotación con respecto a un eje fijo, su energía cinética de rotación se expresa de la siguiente manera:

$$E_c = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_1 R_1^2 w^2 = \frac{1}{2} I w^2$$

A su vez, el sólido en rotación posee una energía potencial determinada por la expresión:

$$E_p = -\sum_{i=1}^{N} m_1 (\vec{r}_1 \cdot \vec{g}) = -m (\vec{r}_{cm} \cdot \vec{g})$$

La relación entre ambas velocidades aparece en la figura siguiente:

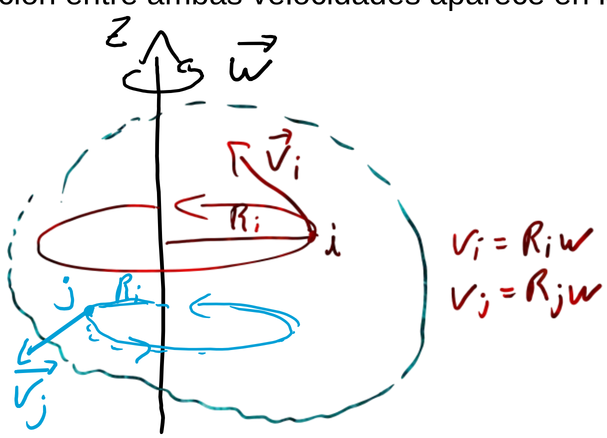


Figura 1. Rotación.
Fuente: propia.

De esta forma, la variación de la energía mecánica total del sólido con respecto al tiempo se puede escribir como el producto escalar de los momentos totales aplicados por la velocidad angular de rotación:

$$\frac{dE}{dt} = \vec{M}_{ap_1} \cdot \vec{w}$$

El péndulo físico

En los sistemas físicos aislados se considera que la energía mecánica total del sistema se conserva, por lo que:

$$\frac{dE}{dt} = \vec{M}_{apl} \cdot \vec{w} = 0$$

De ello se deduce que:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} I w^2 - m(\vec{r}_{cm} \cdot \vec{g}) = constante$$

Un caso particular de esta situación es el péndulo físico, la masa oscilante encargada de regular el mecanismo de los relojes de péndulo. El péndulo físico puede considerarse como un sólido que gira alrededor de un eje horizontal fijo con respecto al cual no posee ninguna clase de simetría.
La energía mecánica total del péndulo, siendo Φ el ángulo que lo separa de la vertical en un instante dado, se determinaría como:

$$E = \frac{1}{2} I \frac{d\Theta^2}{dt} - m g r_{cm} \cos\Theta$$

En consecuencia, el período de oscilación del péndulo vendría dado por la expresión siguiente:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m g r_{cm}}}$$

El trompo

Otro ejemplo clásico de sólidos en rotación es el del trompo, en esencia un sólido de revolución con un punto fijo que permanece en contacto con el suelo. En una primera interpretación, la variación del momento angular del trompo con respecto a este punto fijo sería:

$$\frac{dL}{dt} = m \vec{r}_{cm} \cdot \vec{g}$$

Ahora bien, el giro real del trompo no es tan sencillo, sino que está compuesto por la combinación de tres movimientos diferentes:
La rotación del trompo en torno a un eje que pasa por el punto fijo de contacto.
Un movimiento de precesión en torno a un eje vertical, que hace que el eje de rotación varíe con el paso del tiempo.
Un bamboleo de este eje, llamado nutación, que hace variar su inclinación.
La combinación de estos tres movimientos resulta de particular interés para la física, ya que está presente en la mayoría de los movimientos naturales de rotación (por ejemplo, en el de la Tierra y los restantes planetas).

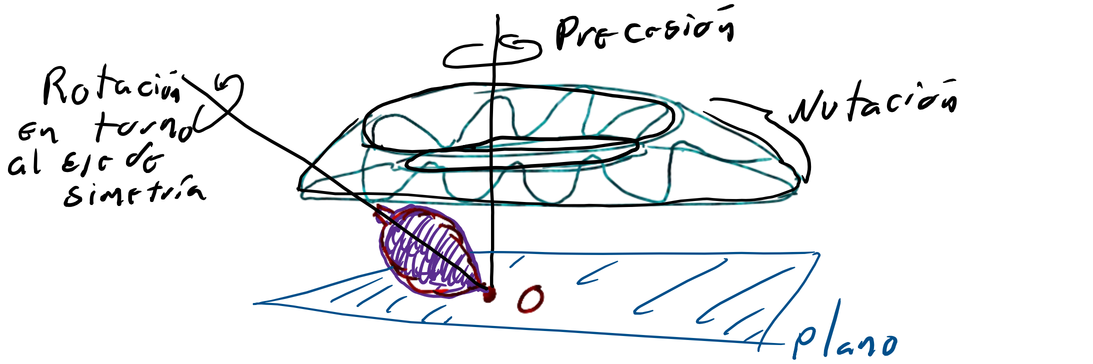


Figura 2. Bailando un trompo.
Fuente: propia.

Movimiento general de una Trompo, que resulta de la combinación de la rotación, la precesión y la nutación.
En cuanto el estudio mecánico de los sistemas aislados se aplican diversos principios de conservación que ayudan a determinar las leyes físicas que rigen su comportamiento. Como lo indica (Rex, 2011, pág. 79) que en los movimientos de rotación, adquiere particular importancia el llamado principio de conservación del momento angular, que establece que si el momento total de las fuerzas externas que se aplican sobre un sistema es nulo, el momento angular total del sistema se conserva. De esta manera, se tiene que:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = 0, \text{ donde } I\omega = \text{constante}$$

Así pues, cuando el momento de inercia aumenta, la velocidad angular de giro disminuye, y a la inversa.

Ejemplo de uno de estos caos es que una barra de longitud L y masa m está sujeta a una pared mediante una articulación sin rozamiento (en el punto O) y por una cuerda desde el otro extremo, como se ve en la figura.

Datos: Φo = 30°; β = 45o; m = 50 kg; L = 4 m; ICM = (1/12) m L^2.

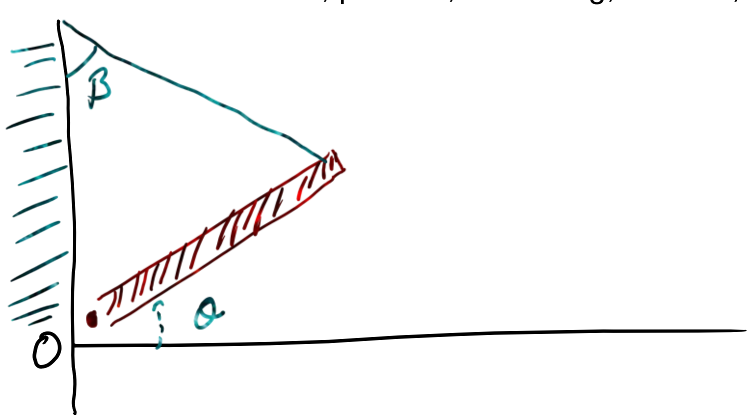
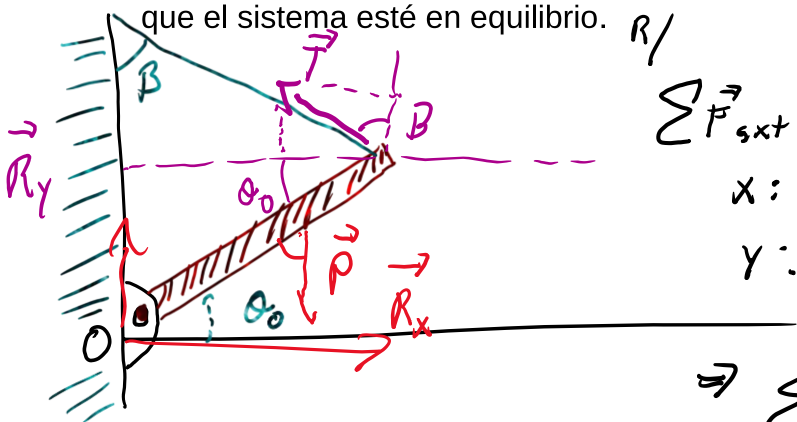


Figura 3. Barra de metal.
Fuente: propia.

Dibujar las fuerzas que actúan sobre la barra y expresar las ecuaciones para que el sistema esté en equilibrio.



R/

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_x + \vec{R}_y = 0$$

$$x: \ R_x - T\,sen\,\beta = 0$$

$$y: \ R_y + T\cos\beta - mg = 0$$

$\Rightarrow \sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ con respecto a O

$$\frac{L}{2} mg \cdot sen(90 - \theta_0) = L\,T\,sen(\theta_0 + 90 - \beta)$$

Calcular las componentes de la reacción en la articulación y la tensión en la cuerda resolviendo el sistema del apartado (a).

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} mg \frac{sen\,60°}{sen\,75°} = 224,14\ N$$

$$R_x = 158,5\ N$$

$$R_y = 500 - 158,5 = 341,5\ N$$

Cálculo de movimiento de inercia.

Como lo indica (Paves, 2009, pág. 132) que expresa que cuando se analiza un movimiento traslacional y rectilíneo se considera a la masa del objeto como una medida de su inercia. Como ejemplo, si se aplica la misma fuerza a un camión y luego a un auto, observamos que el auto acelera más que el camión. En este caso, decimos que el auto cambia su estado de movimiento con mayor facilidad ante la fuerza aplicada. En términos técnicos, el auto tiene menos inercia que el camión.

El momento de inercia de un sólido es una magnitud escalar que viene dada por:

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i R_i^2$$

De su definición se deduce que el momento de inercia de un sólido depende del eje de giro (puesto que el radio de giro de cada partícula depende del eje). Como un sólido está constituido por un número muy grande de partículas, en vez de tratarlo como un sistema discreto puede ser analizado como un sistema continuo. Por tanto, el sumatorio de la ecuación anterior puede ser sustituido por la siguiente integral:

$$I = \int dm\, R^2$$

Donde dm es un elemento de masa del sólido y R^2 su distancia al aje de giro de este.

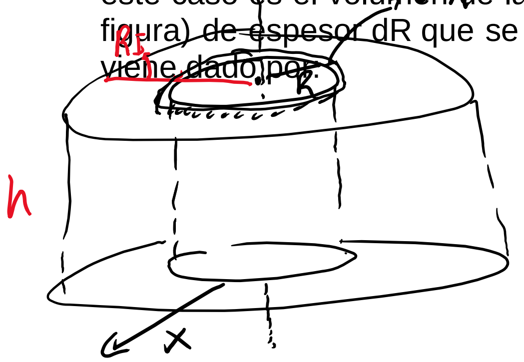
El elemento de masa dm está relacionado con la densidad ρ del sólido y, si éste es homogéneo, al sustituir dm en la expresión del momento de inercia podemos sacar la densidad de la integral:

$$dm = \rho\, dV \qquad I = \rho \int R^2\, dV$$

dV es un elemento de volumen del sólido y, para calcular el momento de inercia de un sólido homogéneo es preciso resolver la integral recuadrada en rojo.

Cálculo de momentos de inercia

Como ejemplo, calcularemos el momento de inercia de un cilindro homogéneo con respecto a uno de sus ejes de simetría, el eje longitudinal z que pasa por su centro de masas. El elemento de volumen en este caso es el volumen de la corteza cilíndrica (representada en azul en la figura) de espesor dR que se encuentra a una distancia R del eje de giro, y viene dado por:



$$dV = 2\pi R\, dR$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi h R}$$

Figura 4. Masas cilíndricas.
Fuente: propia

Sustituyendo en la expresión del momento de inercia:

$$I = \rho \int_0^{R_i} R^2 dV = \rho \int_0^{R_1} 2\pi h R^3 dR$$

$$I = \rho 2\pi h \frac{R^4}{4}\Big|_0^{R_1} = \frac{\rho 2\pi h}{4} R_1^4$$

Finalmente, sustituyendo la densidad en la expresión anterior, el momento de inercia del cilindro con respecto al eje z es:

$$I = \frac{1}{2} m R_1^2$$

El momento de inercia de un cilindro hueco (con un radio interior R2, como se muestra en la siguiente figura), se calcula de la misma manera que el del

$$I = \frac{1}{2} m \left(R_1^2 + R_2^2 \right)$$

Por tanto, a igual masa, un cilindro hueco tiene mayor momento de inercia que uno macizo. Un ejemplo que esprasa estos puntos es el de una esfera homogénea de masa m y radio R rueda sin deslizar por un plano inclinado con un ángulo β.
Data β = 30°; m = 0.5 kg; R = 15 cm; L = 2.5 m; ICM = (2/5)mR^2.

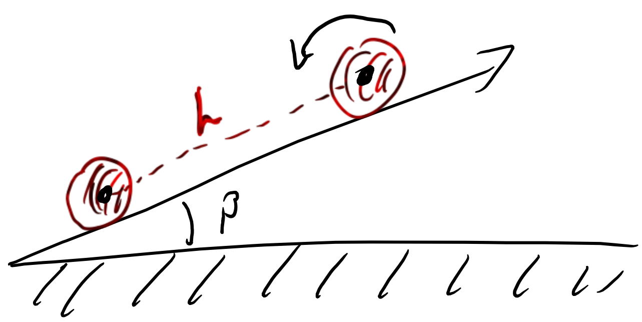


Figura 5. Desplazamiento de masa.
Fuente: propia

Dibujar las fuerzas que actúan sobre la esfera y expresar las ecuaciones de la dinámica de rotación y de traslación.

Translación

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_{cm} \qquad \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{roz} = m\vec{a}_{cm}$$

$$x = mg\,sen\,\beta - F_{roz} = m a_{cm}$$

$$Y = N - mg\cos\beta = 0$$

Rotación

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = I_{cm}\vec{\alpha} \text{ con respecto al CM}$$

$$F_{roz} R = I_{cm}\alpha = I_{cm}\cdot \frac{a_{cm}}{R}$$

$$\Rightarrow \forall \ a_{cm} = R\alpha$$

Calcular la aceleración del centro de masas, la aceleración angular con respecto al centro de masas y la fuerza de rozamiento.

$$\Rightarrow F_{roz} R = \frac{2}{5} m R^2 \frac{a_{cm}}{R} \therefore F_{roz} = \frac{2}{5} m\, a_{cm}$$

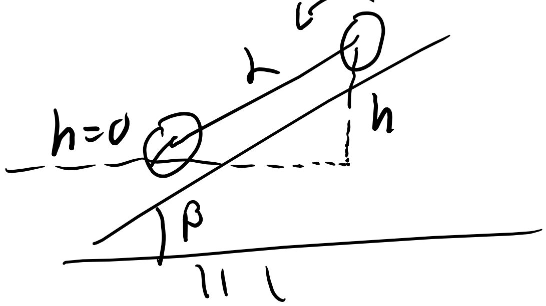
$$\Rightarrow m g \,sen\beta - \frac{2}{5} m\, a_{cm} = m\, a_{cm}$$

$$a_{cm} = \frac{5}{7} g\, sen\beta = 3{,}57\, m s^{-2} \therefore \alpha = \frac{a_{cm}}{R} = \frac{3{,}57}{0{,}15}$$

$$\alpha = 23{,}8 \ rad\, s^{2}$$

$$F_{roz} = \frac{2}{5}\cdot 0{,}5(3{,}57) = \boxed{0{,}71 N}$$

Si inicialmente se encontraba en reposo, calcular la velocidad del CM y la velocidad angular de rotación cuando ha rodado por el plano una longitud L.



con rodadura

$$W_{roz} = 0 \quad E_F = E_i$$

$$\frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm}\omega^2 \Rightarrow$$

$$mgh = mgL\, sen\beta$$

$\Rightarrow$ condición de rodadura $\omega_{cm} = R\omega$

$$\frac{1}{2} m V_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} m R^2 \left(\frac{V_{cm}}{R}\right)^2 = mgL \operatorname{sen}\beta$$

$$V_{cm} = \left(\frac{10}{7} gL \operatorname{sen}\beta\right)^{1/2} = 4,22 m s^{-1}$$

$$\omega = \frac{V_{cm}}{R} = 28,13 \, rad \, s^{-1}$$

Teorema de los ejes paralelos.

En el texto de (Bueche, 2009, pág. 28) establece que el teorema de los ejes paralelos (teorema de Steiner) se usa para transformar momentos de inercia de área en un eje que va paralelo al eje del centroide (gravedad). En el caso de los componentes que comprenden áreas de sección compuestas, se puede usar el teorema de los ejes paralelos para determinar los momentos de área de secciones completas.

En la dinámica del sólido rígido, lo expone muy completo en su obra (Rex, 2011, pág. 85) no podemos relajar nuestra perspectiva física porque podemos errar si hacemos una lectura estricta matemática del problema (del rigor al rigor mortis). Sirva de ejemplo el teorema de los ejes paralelos o de Steiner. Sin enunciarlo con ortodoxia formalidad, este teorema (matemático) nos dice que la inercia rotacional del sólido "vista" desde un eje que pasa por el Centro de Masas del sólido rígido (eje interno) se puede usar para calcular la inercia rotacional "vista" desde un eje paralelo al anterior, sea interno o externo. En ningún momento el teorema habla del giro real del sistema (giro interno, giro compuesto o traslación circular). Para aplicar el teorema de Steiner con sentido físico, se puede tomar los ejemplos que establece (Días-Solorzano, 2020, pág. 73) que lo primero que hay que hacer es identificar el giro del sistema (eje real de rotación y velocidad angular).

Así, si una barra gira respecto de un eje perpendicular que pasa por uno de sus extremos, tiene sentido aplicar el teorema de Steiner pues el giro implica un cambio de orientación relativa (giro interno) de la barra. Sin embargo, si una esfera gira en torno a un eje externo sin cambiar su orientación relativa, el movimiento será en realidad una traslación circular y no tiene sentido hablar de inercia rotacional. Otra forma de verlo es con la energía cinética del sólido rígido escrita como ½ m $(vcm)^2$ + ½ Icm ω^2, donde el primer término hace referencia a la traslación pura del sólido rígido y el segundo a la rotación interna. En el caso de la barra, ω y vcm son no nulos (aunque mantendrán una relación) pero en el caso de la esfera, ω=0. Otra forma de verlo es que Icm=0 para ese giro. Uno del punto que retoma (Slisko, 2016, pág. 32) en su

obra que en el caso de la esfera, el vcm se puede escribir por cinemática como una velocidad angular por una radio de giro, y con ello se podría definir la inercia rotacional del punto material concentrado en el CM, mr^2, vista desde el eje de giro. De esta forma, con Icm = 0, el Teorema de Steiner tendría validez ($I = 0+mr^2$).
El teorema de ejes paralelos tiene como principal objetivo que se pueda rotar un objeto con respecto a varios ejes. En las tablas suele expresarse solo el momento de iniciar respecto al eje que puede atravesar el centroide. Una de las principales ventajas que da este teorema es la facilidad para poder calcular cuando se necesita hacer girar un cuerpo sobre ejes y estos no pueden coincidir. Como el teorema de álgebra, este también se trata de explicar de una forma en la cual todas las personas que lean este artículo puedan comprender la forma en que se aplica. Un ejemplo claro en el cual se puede hacer uso de este teorema es: una puerta no gira por un eje que atraviesa su centroide, sino que es por un eje lateral donde se encuentran las bisagras. Es la forma sencilla en la cual se puede entender el teorema de ejes paralelos.
En la obra de (Paves, 2009, pág. 37) establece que se puede llegar a calcular la energía cinética que se aplica sobre el eje. Esto puede ser por que K es la energía cinética, I el momento de inercia sobre el eje y la w es la velocidad angular. Por lo que la formula que se aplica para este tipo de casos es la siguiente: $K = ½\, I.\omega^2$
A pesar de que la formula es similar a la que se utiliza para la energía cinética en un objeto de masa, esta es muy diferente. Debido a que también se considera la velocidad y es la siguiente: $K =½\, M.v^2$.
Enunciado del teorema de ejes paralelos
Considerando que un eje puede pasar por el centro de masa de un objeto sólido y puede presentarse un eje paralelo al primero, es en este caso donde se puede hacer una mención a que el momento de inercia de los dos ejes se puede expresar de la forma siguiente: $I_{z,P} = I_{z,G} + mr^2$

donde se va a poder identificar los siguientes componentes de la formula, que es importante conocerlos:
I_{zP} se trata del momento de inercia del cuerpo cuando se toma en cuenta el eje que no pasa por el centro de las masas.

I_{zG} corresponde al momento de inercia del cuerpo cuando el eje si pasa a través del centro de masas del objeto.

m se refiere específicamente a la masa del objeto.
r corresponde a la distancia perpendicular que existe entre ambos ejes.

Brazo de palanca

Fulcro

potencia

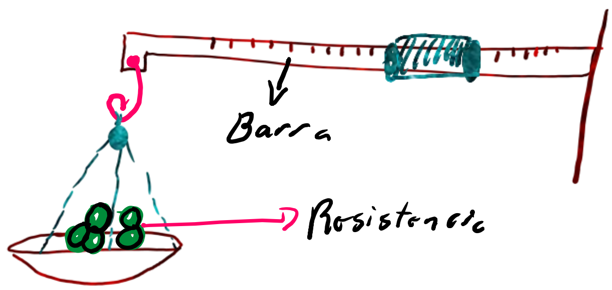


Figura 6. Barra rígida.
Fuente: propia

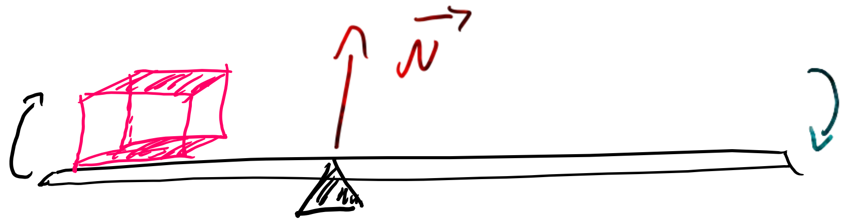
El principio de palanca es un concepto teórico enfocado a la dirección de la fuerza sobre un punto. Tomemos como ejemplo que, al abrir una botella de vino con un sacacorchos, al cortar un papel con una tijera, al utilizar una pinza o tenaza, alicates, etc. Sin ir más el cuerpo humano utiliza el proceso de palanca para moverse diferentes tipos de palancas. Sin embargo, no se le da la importancia necesaria en la explicación del funcionamiento de la misma. Ahora bien, ¿que es una palanca? Lo establece muy claro en su obra (Slisko, 2016, pág. 75) que es una barra rígida que puede girar en torno a un punto de apoyo fijo. La longitud de la palanca entre el punto de apoyo y el punto de aplicación de la resistencia se llama brazo de resistencia, y la longitud entre el punto de apoyo y el punto de aplicación de la fuerza se llama brazo de fuerza.

Como lo expresa en su estudio (Newton, 1999, pág. 75) que la palanca es una máquina simple compuesta por una barra rígida situada sobre un punto de apoyo denominado fulcro. En el funcionamiento de la palanca intervienen tres fuerzas:

Tomemos la Potencia, P. Se trata de una fuerza que aplicamos voluntariamente en una parte de la barra con el fin de vencer a otra fuerza denominada Resistencia. Su distancia con respecto al punto de apoyo sobre el fulcro se denomina brazo de potencia, Bp.

Y que la resistencia, R. Se trata de una fuerza ejercida sobre la palanca por un cuerpo que generalmente tratamos de mover o deformar mediante la Potencia. Su distancia con respecto al punto de apoyo sobre el fulcro se denomina brazo de resistencia, Br.

Reacción Normal, N. Es la fuerza ejercida por el fulcro sobre la barra. Si consideramos que la barra no tiene masa, N se obtiene como la suma de las fuerzas P y R.



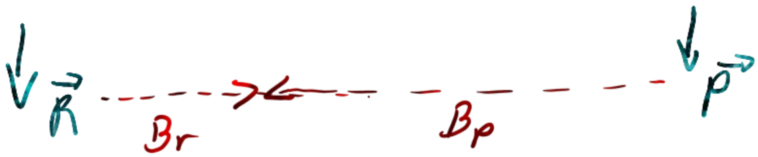


Figura 7. Fuerza entre la barra firma y palanca.
Fuente: propia

Palanca

En la figura se muestra un tipo específico de palanca en equilibrio sobre una caja o masa en uno de sus extremos. Está conformada por una barra apoyada sobre un fulcro (triángulo) que le permite rotar sobre él. Observa que aplicando una potencia relativamente pequeña P en un extremo podemos igualar la resistencia R (cuyo valor es mayor que P y que en este caso coincide con el peso de una caja) dejando la máquina en reposo. Si aumentáramos el valor de P provocaríamos que la caja se levantara con relativo poco esfuerzo. Como lo expresa (Paves, 2009, pág. 132) que cualquier palanca se encontrará en equilibrio de traslación cuando se cumpla que la fuerza resultante de todas las fuerzas que actúan sobre la barra sea nula:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{N} = 0$$

Adicionalmente, la palanca se encontrará en equilibrio de rotación cuando se cumpla que el momento resultante sea nulo. Si consideramos el origen de coordenadas en el fulcro, el momento resultante en ese punto será nulo. Teniendo en cuenta la definición de momento:

$$-P \cdot B_p + R\,B_r + N \cdot 0 = 0 \Rightarrow P \cdot B_p = R \cdot B_r$$

Esta última expresión recibe el nombre de ley de la palanca.
La ley de la palanca establece que en cualquier palanca se cumple que el producto de la potencia P por la distancia de su brazo Bp es equivalente al producto de la resistencia Rp por la longitud de su brazo.

P·Bp=R·Br

Ejemplo
Un hombre desea levantar una piedra de 150 kg utilizando una palanca de primer género que mide 5 metros. ¿Qué fuerza deberá realizar si el fulcro se encuentra a 150 cm de la piedra?

Data: Sea   Operativa

$Lb = 5m$
$m_p = 150kg$
$B_r = 150cm = 1,5m$
$B_p = Lb - B_r = 5 - 1,5 = 3,5m$
$R = m \cdot g = 150kg \cdot 9,8m/s^2 = 1470N$

$P \cdot B_p = R \cdot B_r$
$P \cdot 3,5 = 1470 \cdot 1,5$
$\boxed{P = 630N}$

Segunda ley de Newton para la rotación

Un cuerpo rígido es aquél en el que la distancia entre cualquier par de puntos permanece constante, es decir, es un cuerpo ideal cuyas dimensiones no cambian en ninguna circunstancia.

La segunda ley de newton provee la clave para el análisis del movimiento translacional de un cuerpo rígido. Tomando en cuenta la velocidad translacional del centro de masa v de un cuerpo con masa m, la resultante de las fuerzas que actúan sobre dicho centro de masas y producen una aceleración esta dada por:

F = m v

La cantidad de movimiento también se conoce como momento lineal. Es una magnitud vectorial y, en el Sistema Internacional se mide en Kg·m/s. En términos de esta nueva magnitud física, la Segunda ley de Newton se expresa de la siguiente manera:

La Fuerza que actua sobre un cuerpo es igual a la variación temporal de la cantidad de movimiento de dicho cuerpo, es decir

F = d p /dt

De esta forma incluimos también el caso de cuerpos cuya masa no sea constante. Para el caso de que la masa sea constante, recordando la definición de cantidad de movimiento y que como se deriva un producto tenemos:

F = d(m· v)/dt = m·d v /dt + dm/dt · v

Como la masa es constante

dm/dt = 0

y recordando la definición de aceleración, nos queda

F = m a

tal y como habiamos visto anteriormente.

Otra consecuencia de expresar la Segunda ley de Newton usando la cantidad de movimiento es lo que se conoce como Principio de conservación de la cantidad de movimiento. Si la fuerza total que actua sobre un cuerpo es cero, la Segunda ley de Newton nos dice que:

0 = d p /dt

es decir, que la derivada de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo es cero. Como lo espresa en su obra (Rex, 2011, pág. 78) lo establece y le

da el significado de que la cantidad de movimiento debe ser constante en el tiempo (la derivada de una constante es cero). Esto es el Principio de conservación de la cantidad de movimiento:
Si la fuerza total que actua sobre un cuerpo es nula, la cantidad de movimiento del cuerpo permanece constante en el tiempo.

Momento angular Partícula puntual

Se define el momento angular o cinético de una partícula material respecto a un punto O como el momento de su cantidad de movimiento, es decir, el producto vectorial de su vector de posición por su momento lineal:

$$\vec{L} = \vec{r} \cdot \vec{p} = \vec{r} \cdot m\vec{v}$$

Donde:
$\vec{L}$: Momento angular o cinético del cuerpo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional (S.I.) es el kg·m2·s-1
$\vec{r}$: Vector de posición del cuerpo respecto al punto O
$\vec{p}$: Cantidad de movimiento del cuerpo. También se le conoce como momento lineal. Es el producto de la masa del cuerpo (m), medida en el Sistema Internacional (S.I) en kg, por su velocidad ($\vec{v}$), medida en m/s. Su unidad de medida, por tanto, en el Sistema Internacional, es el kg·m·s^{-1}

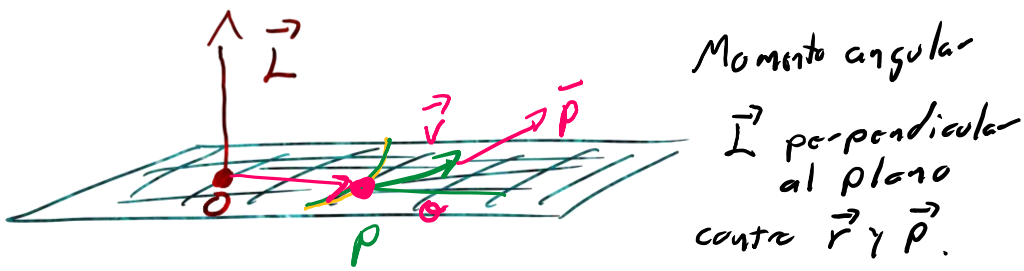


Figura 8. Momento angular en un plano.
Fuente: propia

Como lo expresa (Hellingman, 1992, pág. 55) que el momento angular de un punto material se define a partir de un vector de posición y una partícula puntual en movimiento, esto es, con cierta velocidad instantánea. Observa que no es una magnitud propia del cuerpo, sino que depende del punto de referencia que se escoja. Su significado físico tiene que ver con la rotación:
El momento angular caracteriza el estado de rotación de un punto material, del mismo modo que el momento lineal caracteriza el estado de traslación lineal. Para entender bien esta idea, vamos a presentar una nueva magnitud.
Ejemplo
Determina el momento angular de un satélite que se encuentra a 1000 km sobre la superficie de la Tierra respecto al centro de la misma sabiendo que su masa es de 1200 kg y describe una órbita completa cada 87 minutos. El radio de la Tierra es de 6.37·106 m.

Data

Radio de la tierra: $R_T = 6,37 \cdot 10^6 m$

$$\Rightarrow |\vec{L}| = r \cdot m \cdot v \cdot sen(90) = r \cdot m \cdot v = r \cdot m \cdot w \cdot r =$$

$$r^2 \cdot m \cdot w = (R_T + h)^2 \cdot m \cdot w =$$

$$|\vec{L}| = (6{,}37 \cdot 10^6 + 10^6)^2 \cdot 1200 \cdot \frac{\pi}{2610}$$

$$|\vec{L}| = 78{,}45 \cdot 10^{12} \cdot Kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$$

Cuerpos rígidos

El definir un cuerpo rígido, se puede tomar de (Días-Solorzano, 2020, pág. 37) que lo establece que es aquel que no se deforma, se supone que la mayoría de los cuerpos considerados en la mecánica elemental son rígidos. Sin embargo, las estructuras y máquinas reales nunca son absolutamente rígidas y se deforman bajo la acción de las cargas que actúan sobre ellas. A pesar de ello, por lo general esas deformaciones son pequeñas y no afectan las condiciones de equilibrio o de movimiento de la estructura en consideración. No obstante, tales deformaciones son importantes en lo concerniente a la resistencia a la falla de las estructuras y están consideradas en el estudio de la mecánica de materiales.

Dos conceptos fundamentales asociados con el efecto de una fuerza sobre un cuerpo rígido son el momento de una fuerza con respecto a un punto y el momento de una fuerza con respecto a un eje. Otro concepto que se presenta es el de un par, esto es la combinación de dos fuerzas que tienen la misma magnitud, líneas de acción paralelas y sentidos opuestos.

Fuerzas internas y externas

En el texto de física básica de (Pérez, 2015, pág. 136) establece que las fuerzas que actúan sobre los cuerpos rígidos se dividen en dos grupos: fuerzas externas y fuerzas internas.

Las fuerzas externas representan la acción que ejercen otros cuerpos sobre el cuerpo rígido en consideración. Ellas son las responsables del comportamiento externo del cuerpo rígido. Las fuerzas externas causan que el cuerpo se mueva o aseguran que éste permanezca en reposo.

Las fuerzas internas son aquellas que mantienen unidas las partículas que conforman el cuerpo rígido. Si éste está constituido en su estructura por varias partes, las fuerzas se mantienen unidas a dichas partes también se definen como fuerzas internas.

El momento de una fuerza lo indica (Slisko, 2016, pág. 135) es la que crea la tendencia de girar de un cuerpo con respecto a un eje que pasa por un punto especifico; mediante la regla de la mano derecha, el sentido de rotación está por la flexión de los dedos y el pulgar se dirige a lo largo del eje de momento, o línea de acción del momento. La magnitud del momento se determina mediante Mo = Fd, donde d se denomina brazo de momento y representa la distancia perpendicular más corta desde el punto O hasta la línea de acción de la fuerza.

En tres dimensiones, se usa el producto cruz para determinar el momento, es decir, Mo = r x F. Recuerde que r está dirigido desde el punto O hacia cualquier punto de la línea de acción de F. El principio de momentos establece que el momento de una fuerza con respecto a un punto es igual a la suma de los momentos de las componentes de la fuerza con respecto al punto.

El momento con respecto a un eje específico puede determinarse siempre que la distancia perpendicular desde la línea de acción de la fuerza hasta el eje pueda ser determinada. Si se usa el análisis vectorial, Ma = Ua * (r x F), donde Ua define la dirección del eje y r está dirigido desde cualquier punto sobre la línea de acción de la fuerza.

Si Ma se calcula como escalar negativo, entonces el sentido de dirección de Ma es opuesto a Ua. El momento Ma expresado como un vector cartesiano se determina a partir de Ma = MaUa.

Un momento lo define (Paves, 2009) que es el par que lo producen dos fuerzas no colineales que son iguales en magnitud, pero opuestas en dirección. Su efecto es producir una rotación pura, o una tendencia a girar en una dirección especificada. Un momento de par es u8n vector libre y, como resultado, causa el mismo efecto de rotación sobre un cuerpo independientemente de dónde se aplique al cuerpo.
El momento de las dos fuerzas de par se puede determinar con respecto a cualquier punto. Por conveniencia, a menudo ese punto se selecciona sobre la línea de acción de un par de las fuerzas para eliminar el momento de esta fuerza con respecto al punto. En tres dimensiones, el momento de par a menudo se determina por la formulación vectorial, M= r x F, donde r está dirigido desde cualquier punto sobre la línea de acción de las fuerzas a cualquier punto sobre la línea de acción de otra fuerza F.
Un momento de par resultante es simplemente la suma vectorial de todos los momentos de par del sistema.

Conclusiones y recomendaciones

Concluyendo este capítulo, se podrías decir que a raíz de una problemática que se genera la idea de realizar un dispositivo que pueda interrelacionar dos materias, logrando la aprensión del contenido visto: palancas en el cuerpo humano. Estos temas servirán para que el alumno entienda porque son importantes las palancas, balanzas y las pueda ver diariamente en cada actividad realizada lo que lo ayudará a no olvidarse el tema en toda su área profesional. El dispositivo de las balanzas no posee una dificultad mayor para ser construido, y mucho menos para ser usado: simplemente se deben medir pesos para comprobar los cálculos anteriores para solucionar problemas aplicado a la realidad. Esto produce la vista de estos en acciones concretas de casos de mediciones y fuerzas sobre objetos industriales.
Esto último es lo que termina de completar la idea de que el dispositivo es eficaz, útil y conveniente.

Bibliografía

Bueche, F. J. (2009). *Física General. Décima edición.* México D.F: McGraw-Hill Companies.

Días-Solorzano. (08 de 11 de 2020). *http://www.scielo.org.mx.* Obtenido de http://www.scielo.org.mx/pdf/rmfe/v56n2/v56n2a5.pdf: http://www.scielo.org.mx/pdf/rmfe/v56n2/v56n2a5.pdf

Hellingman. (1992). *"Newton's third law revisited".* USA: Phys. Educ. .

Hibbeler, R. C. (2010). *Engineering Mechanics.* USA: Pearson Prentice Hall.

Newton, I. (1999). *The Principia Mathematical Principles of Natural Philosophy.* University of California Press.: Berkeley: .

Paves, F. J. (2009). *Física 3º año medio. .* Santiago de Chile: McGraw-Hill.

Pérez, H. .. (03 de 11 de 2015). *Ebookcentral*. Obtenido de https://ebookcentral-proquest-com .proxy .bidig .areandina .edu .co/lib/bibliotecafuaasp/reader .action?docID=4569671&query=F%C3%ADsica

Rex, A. F. (2011). *Fundamento de Física.* Madrid. España: PEARSON.

Slisko, J. (03 de 11 de 2016). *Física I*. Obtenido de Ebooks7-24 .com .proxy .bidig .areandina .edu .co:2048/onlinepdfjs /view .aspx: http://www .ebooks7-24 .com .proxy .bidig .areandina .edu .co:2048/onlinepdfjs /view .aspx

www.usanmarcos.ac.cr

San José, Costa Rica