MOVIMIENTO CIRCULAR

AUTOR: EDWIN GERARDO ACUÑA ACUÑA

ENERO: 2021

San Marcos

MOVIMIENTO CIRCULAR

Acuña Acuña, Edwin Gerardo. Movimiento circular

Editorial: Universidad San Marcos. San José, Costa Rica. 2021.

Total de páginas: 19

Tamaño de hoja: 8.5" x 11".

San Marcos

www.usanmarcos.ac.cr

San José, Costa Rica

2021004

TABLA DE CONTENIDOS

San Marcos

PREGUNTA DISPARADORA

¿Qué características debe tener el movimiento del balón de un futbolista que tina a puerta? ¿Qué tipo de movimiento realiza un saltador de longitud? ¿Qué parámetros debe tener en cuenta un jugador de fútbol americano para patear el balón?

RESUMEN

El movimiento curvilíneo es muy común en los cuerpos que nos rodean. La posibilidad de transformarlo en otro tipo de movimiento, hace posible su utilización en diferentes dispositivos y mecanismos de uso cotidiano.

PALABRAS CLAVE

Moviento, mecanismo, coordenadas fuerzas c entripeta

TRIGGER QUESTION

What characteristics should the movement of the ball of a footballer have on goal? What type of movement does a long jumper perform? What parameters must a football player take into account to kick the ball?

ABSTRACT

Curvilinear movement is very common in the bodies around us. The possibility of transforming it into another type of movement makes it possible to use it in different devices and mechanisms for everyday use.

KEYWORDS

Movement, mechanism, coordinates forces c entripeta.

INTRODUCCIÓN

La velocidad de un cuerpo o partícula en cualquier punto o espacio con una trayectoria curvilínea está dirigida tangencialmente a la trayectoria en cada punto y su sentido coincide con el del movimiento en dichos puntos. A diferencia de los movimientos rectilíneos, los curvilíneos se caracterizan porque las variaciones del vector de posición varían la dirección del movimiento. En los movimientos curvilíneos tanto el vector de posición, como el vector desplazamiento y el de velocidad varían.

COORDENADAS POLARES

En el caso del movimiento bidimensional de un punto material resulta útil en muchas ocasiones trabajar con coordenadas polares.

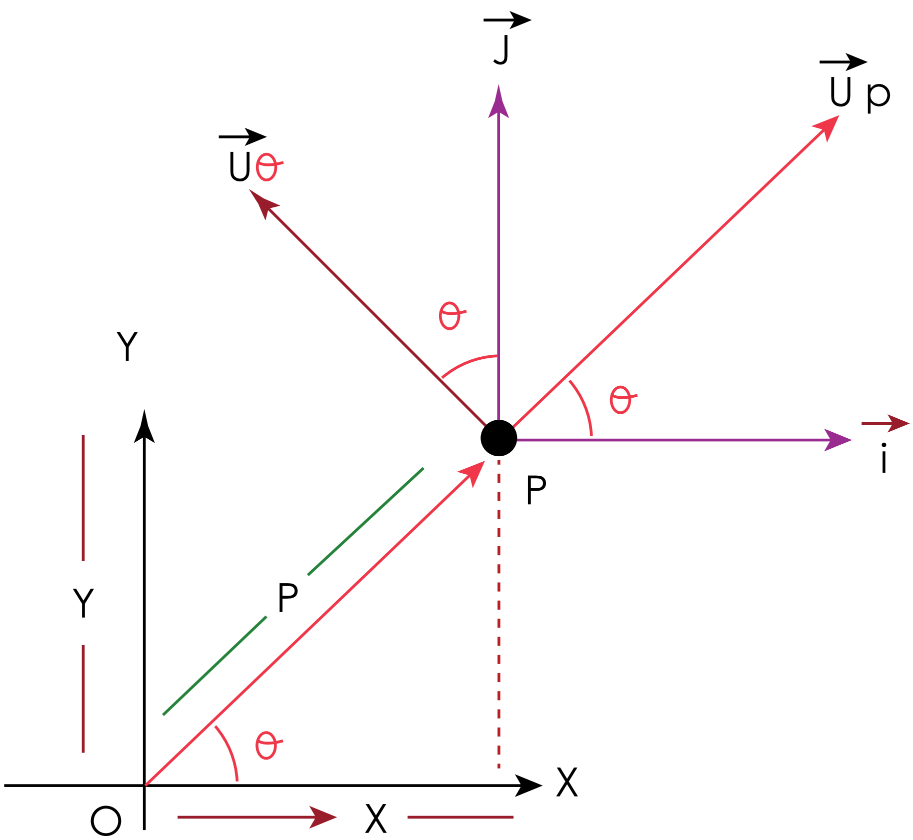


Figura 1. Coordenadas polares.
Fuente: propia.

Es indispensable recordar los cuadrantes trigonométricos de ándulos en radianes y sus razones trigonométricas.

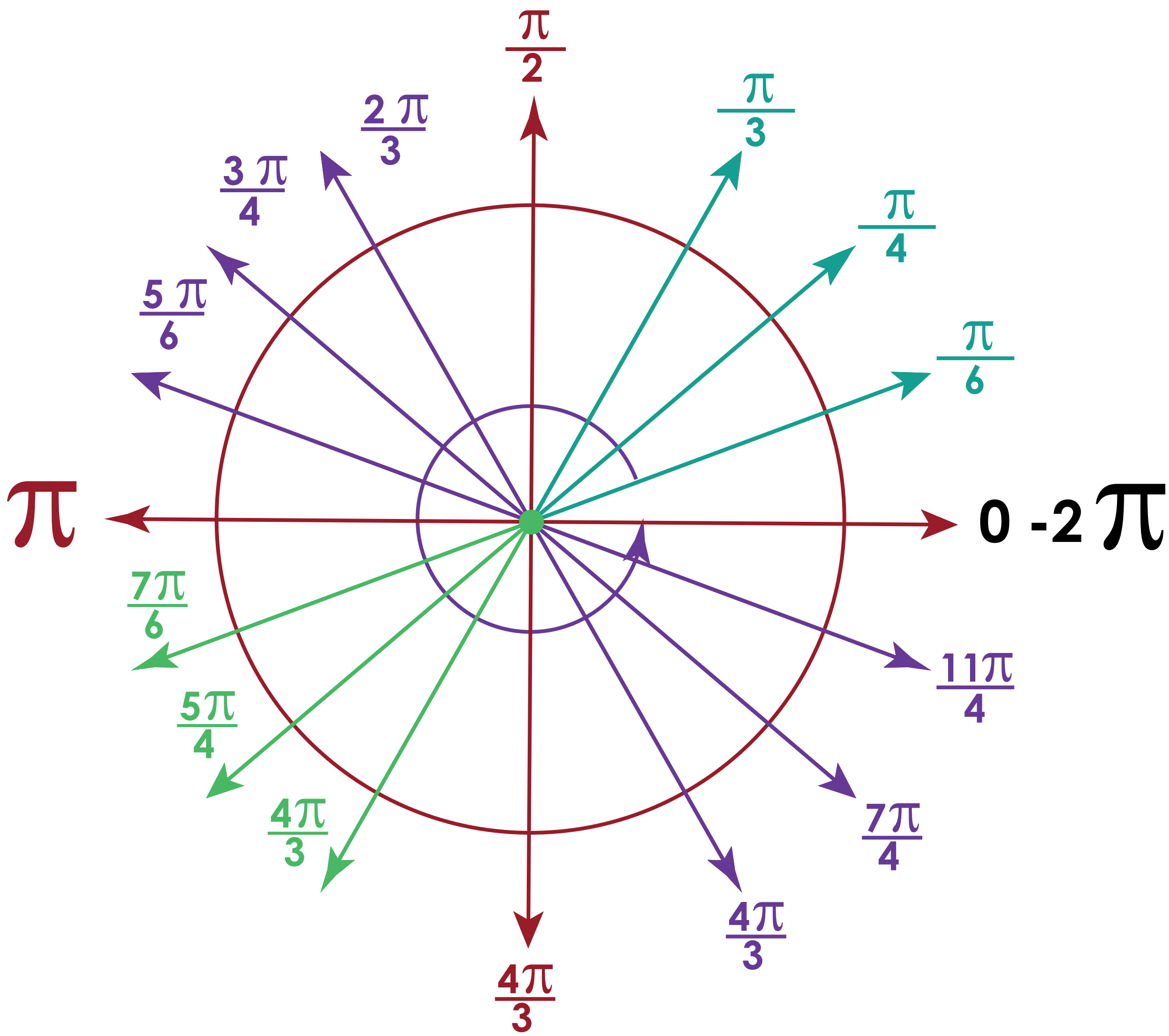


Figura 2. Coordenadas trigonométricas
Fuente: propia.

Sea un punto P situado en el plano OXY con coordenadas cartesianas (x,y). Su vector de posición respecto al origen del sistema de referencia es

$$\vec{r} = \overrightarrow{op}$$

Las coordenadas polares (ρ,θ) se definen de la siguiente forma

La coordenada ρ es la distancia del punto P al punto O. Puede variar entre los valores 0 y ∞

La coordenada ρ es el ángulo que forma el vector $\vec{r}$ con el eje OX. Puede variar entre los valores 0 y 2π .

Estas dos coordenadas permiten describir de forma unívoca la posición de cualquier punto en el plano OXY.

$$P(\rho,\theta) \qquad PE[0,+\infty[\qquad \theta E\,[0,2\pi[$$

El intervalo para ρ es abierto a la derecha para evitar llegar al valor de 2π. De lo contrario, los puntos del eje OX aparecerían dos veces, para $\theta = 0$ y para $\rho = 2\pi$.

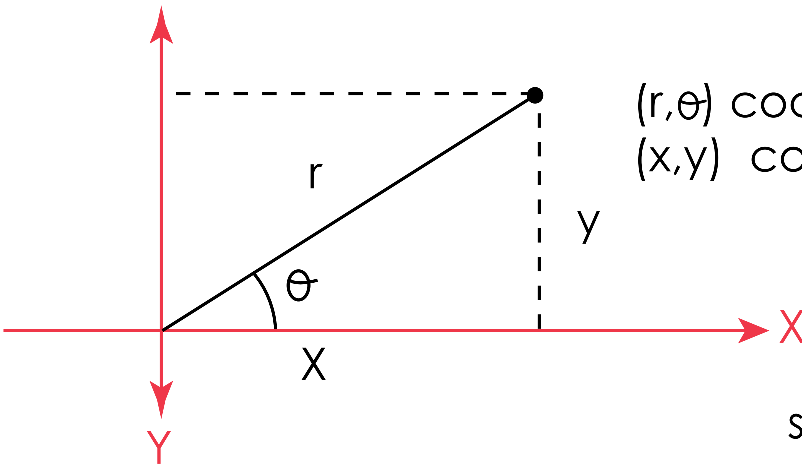
RELACIÓN CON LAS COORDENADAS CARTESIANAS

Como lo indica en su obra (Bueche, 2009, pág. 45) que indica que cada par de valores (x,y) corresponde unívocamente a un par de valores ρ,θ.

La relación entre estos dos pares puede obtenerse a partir de la figura. Teniendo en cuenta el triángulo rectángulo formado por los catetos de longitud x e y y la hipotenusa de longitud ρ temenos

Polares Cartesianos	Cartesianos Polares
$x = \rho \cos\theta$	$P = \sqrt{x^2 + y^2}$ (Pitágoras)
$y = \rho \operatorname{sen}\theta$	$\theta = \arctan(y/x)$

En trigonometría y sus aplicaciones se pueden pasar de coordenadas polares a cartesianas y de regreso, lo que nos permite diseñar con cualquier sistema de coordenadas que necesitemos, pero siempre dibujar con coordenadas cartesianas.



(r,θ) coordenadas polares
(x,y) coodenadas cartesianas

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{r} \quad \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

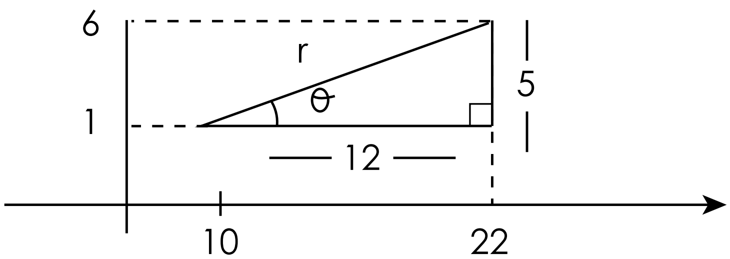
$$\cos\theta = \frac{x}{r} \quad \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Figura 3. Planos cartesianos Fuente: propia.

En el texto de (Pérez, 2015, pág. 27) establece y analiza que la letra griega θ (theta) usualmente se usa para denotar un ángulo y convencionalmente nos referimos a una coordenada polar como (r, θ), en lugar de (x, y). Entonces, cuando hablemos de coordenadas polares, "theta" será el nombre preferido de nuestra variable para el ángulo.

Si tienes un punto en coordenadas cartesianas (x,y) y lo quieres en coordenadas polares (r, θ) necesitas resolver un triángulo del que conoces dos lados.

Ejemplo: ¿qué es (12,5) en coordenadas polares?



$$r^2 = 12^2 + 5^2$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{144 + 25}$$

$$\boxed{r = 13 \text{ ul}}$$

Usa la función tangente para calcular el ángulo:

$$\tan(\theta) = 5 / 12$$
$$\theta = \arctan(5/12) = 22.6°$$

Así que las fórmulas para convertir coordenadas cartesianas (x,y) a polares (r,θ) son:

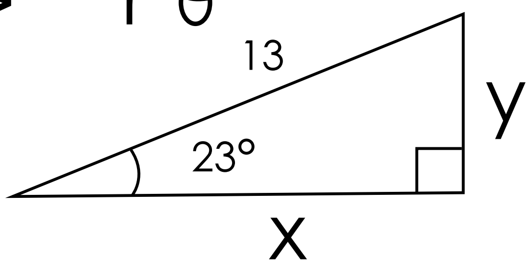
$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

DE POLARES A CARTESIANAS

Si tienes un punto en coordenadas polares (r,θ) y lo quieres en coordenadas cartesianas (x,y) necesitas resolver un triángulo del que conoces el lado largo y un ángulo:

Ejemplo: ¿qué es (13, 23 °) en coordenadas cartesianas?

=> r θ



a) cos(23°)

$x = 13 \cdot \cos(23°)$

$x = 11{,}98$ ul

=> ul = unidades lineales

a) $\text{sen}(23°) = \frac{y}{13}$

$y = 13 \cdot \text{sen}(23)$

$y = 5{,}08$ ul

BASE VECTORIAL EN POLARES

Al igual que el sistema de coordenadas cartesianas, las coordenadas polares llevan asociada una base vectorial. Esta base la componen los vectores unitarios $\{\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta\}$ pintados en verde en la figura.

El vector $\vec{u}_\rho$ apunta en la dirección y sentido en que nos movemos si variamos la coordenada ρ manteniendo ρ constante. Si ρ aumenta nos alejamos radialmente del punto O, y si disminuye nos dirigimos hacia O.

De igual modo, el vector $\vec{U}_\theta$ apunta en la dirección y sentido en que nos movemos si varía ρ manteniendo ρ constante.

Si ρ aumenta nos desplazamos sobre la tangente a la circunferencia de radio ρ centrada en O, en sentido contrario a las agujas del reloj. Si ρ disminuye el sentido del desplazamiento es el de las agujas del reloj.

Usando los ángulos indicados en la figura podemos expresar los vectores de la base polar en función de los vectores de la base cartesiana

$$\vec{U}_\rho = \cos\theta \bullet \vec{i} + \mathrm{sen}\,\theta\, \vec{j}$$
$$\vec{U}_\theta = -\mathrm{sen}\,\theta\, \vec{i} + \cos\theta\, \vec{j}$$

VELOCIDAD ANGULAR, FRECUENCIA ANGULAR Y PERIODO

Es el movimiento de una partícula que describe una circunferencia recorriendo espacios o arcos iguales en tiempos iguales dentro de cualquier plano. Partes de un movimiento circular uniforme se puede analizar en la siguiente figura.

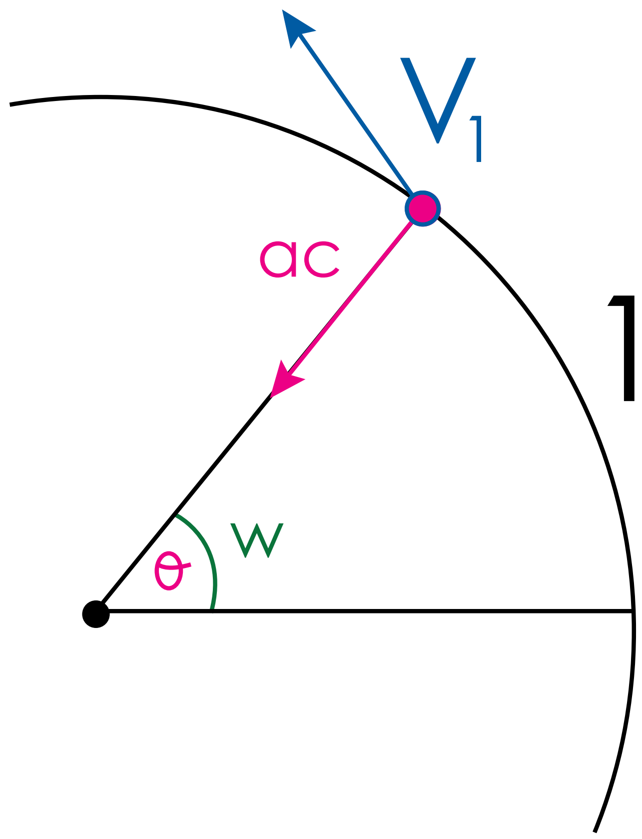


Figura 4. Movimiento circular. Fuente: propia.

Una vuelta a la circunferencia también se llama oscilación o revolución.

Nota: Cada magnitud del movimiento circular uniforme puede representarse de la misma manera en varias fórmulas diferentes, siendo cualquiera de ellas igualmente válidas.

PERIODO.

Es el tiempo que tarda la partícula en dar una vuelta completa. Se representa por "T" y se mide en segundos (seg):

$$T = \frac{\text{cantidad de tiempo}}{\text{1 vuelta}}$$

FRECUENCIA.

Es la cantidad de vueltas que recorre la partícula en la unidad de tiempo (1 segundo). Se representa por "f" y se mide en 1/seg ó seg-1, que se llaman Herzios (Hz): 1 Hz = 1 seg-1

$$T = \frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{1}{T}$$

Entre el periodo y la frecuencia, se tiene que son inversos, o sea:

VELOCIDAD.

Existen dos tipos de velocidades:

Velocidad lineal:

Es la velocidad propia de la partícula cuya magnitud es constante, pero su dirección cambia ya que siempre es tangente a la circunferencia.

$$v = w \cdot R$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

$$v = 2\pi \cdot F \cdot R$$

V = velocidad lineal

R = radio de la circunferencia

T = periodo

f = frecuencia

ω = velocidad angular

Velocidad angular:

Es el ángulo que se recorre en cierta cantidad de tiempo. Se representa con la lietra griega ω (omega minúscula), así:

$$w = \frac{\theta}{T}$$

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

$$w = 2\pi F$$

ω = velocidad angular

θ = ángulo recorrido

t = tiempo

T = periodo

f = frecuencia

Observación: La Velocidad Angular también se llama frecuencia angular, ya que ambas se miden en Herzios

Aceleración.

En el movimiento circular uniforme, la velocidad lineal permanece constante, y por lo tanto no hay aceleración tangencial, sólo hay aceleración centrípeta:

$$ac = \frac{V^2}{R}$$

$$ac = w^2 \cdot R$$

$$ac = 4\pi^2 \cdot F^2 \cdot R$$

$$ac = \frac{4\pi^2 \cdot R}{T^2}$$

aC = aceleración centrípeta

V = velocidad lineal

R = radio de la circunferencia

T = periodo

f = frecuencia

ω = velocidad angular

FUERZA CENTRÍPETA

Transmisión de correas y engranajes

Los engranajes y poleas provistas de correas son máquinas que permiten transmitir el movimiento de rotación de una rueda a otra.

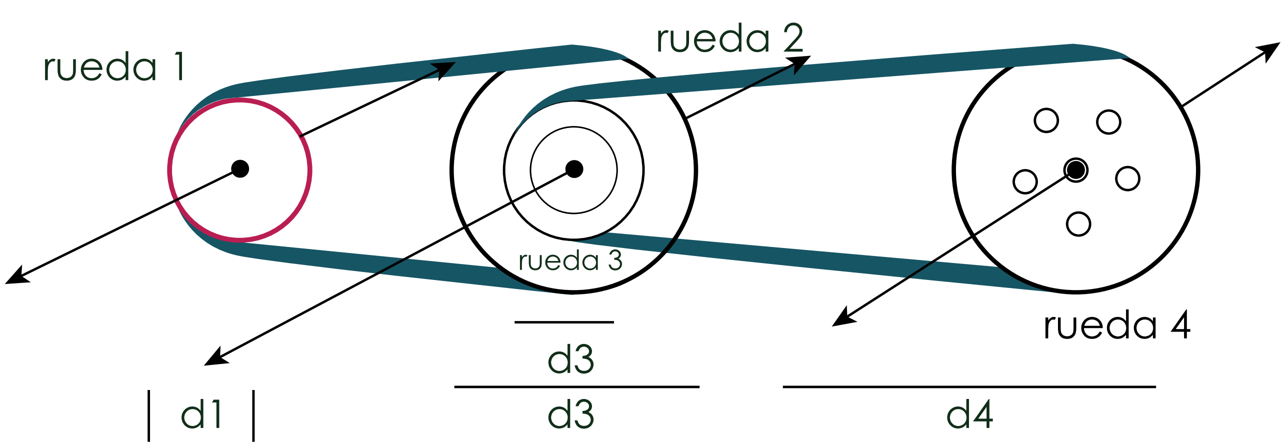


Figura 6. Ruedas en engranadas. Fuente: propia.

Las ruedas o engranajes tienen velocidades lineales iguales. Si sus radios son de diferente longitud, se obtienen velocidades angulares distintas entre las ruedas, dadas por la expresión:

$$\frac{WA}{WB} = \frac{RB}{RA}$$

ωA = velocidad angular de rueda o engranaje A

RA = radio de la rueda o engranaje A

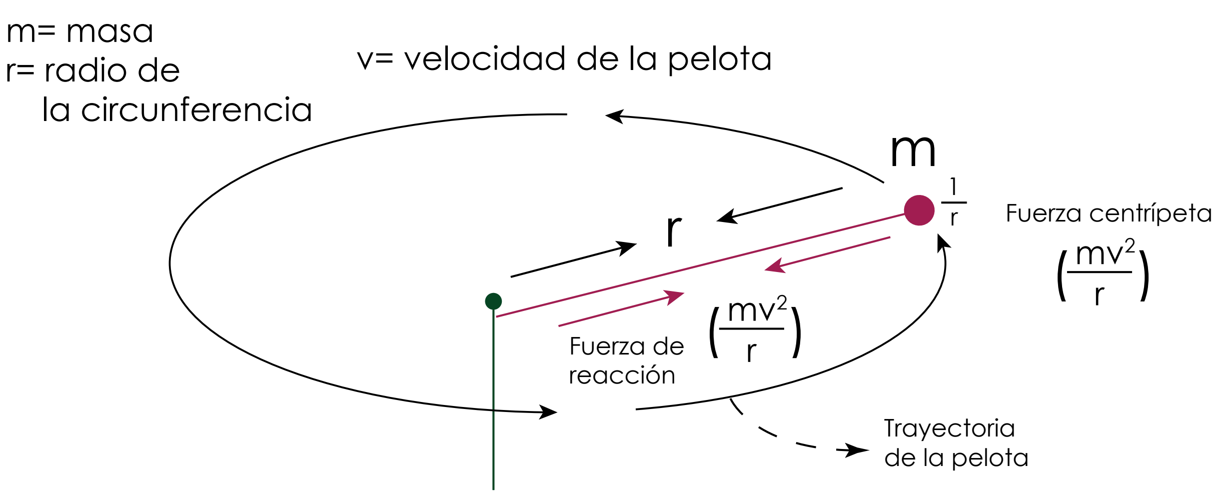
ωB = velocidad angular de rueda o engranaje B

RB = radio de la rueda o engranaje B

De la fórmula, se deduce que: Las velocidades angulares de las dos ruedas son inversamente proporcionales a sus radios respectivos.

En la transmisión del movimiento, aparece una ventaja mecánica entre las dos ruedas: Entre mayor sea la velocidad angular menor es la fuerza que ejerce la rueda y viceversa, a menor velocidad mayor fuerza. De este modo, la ventaja mecánica es la razón dada por la expresión anterior con respecto a dos ruedas o engranajes.

El efecto de la fuerza centrípeta como lo expresa el texto de (Dupré A., 2000, pág. 65) es cambiar la dirección de la velocidad lineal sin cambiar su magnitud, produciendo la Aceleración Centrípeta.



PÉNDULO CÓNICO

Consideremos primero la situación más simple. Sustituyamos la varilla por un hilo inextensible y sin peso.

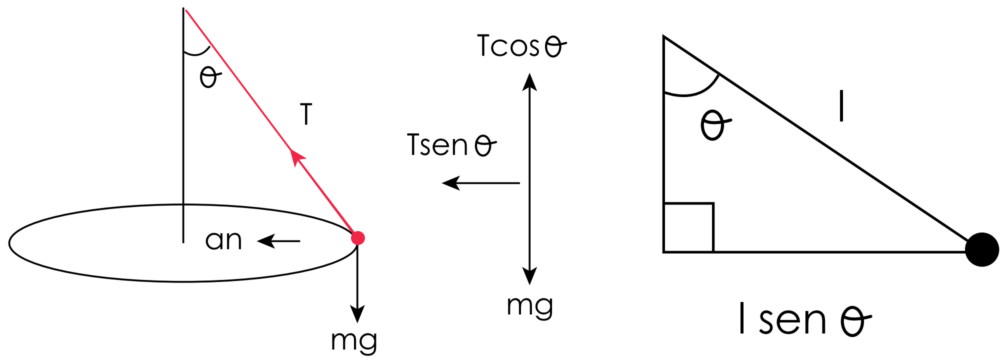


Figura 7. Péndulo cónico. Fuente: propia.

Como podemos apreciar en la figura, si la partícula de masa m describe una circunferencia de radio l·senq, las fuerzas que actúan sobre la partícula son:

El peso mg y la tensión del hilo T.

Sustituimos la tensión T por la acción simultánea de sus componentes rectangulares. La partícula está en equilibrio a lo largo de eje vertical.

T·cosq =mg

Lo expresa muy bien (Slisko, 2016, pág. 63) que la partícula describe un movimiento circular uniforme en el plano horizontal, su aceleración es an=w 2·l·senq y tiene la dirección radial y sentido hacia el centro de la circunferencia que describe. Aplicando la segunda ley de Newton, donde

T·senq =mw 2·l·senq

Despejando T en la primera ecuación y sustituyéndola en la segunda, tenemos dos posibles soluciones

senq =0

w 2·l·cosq =g

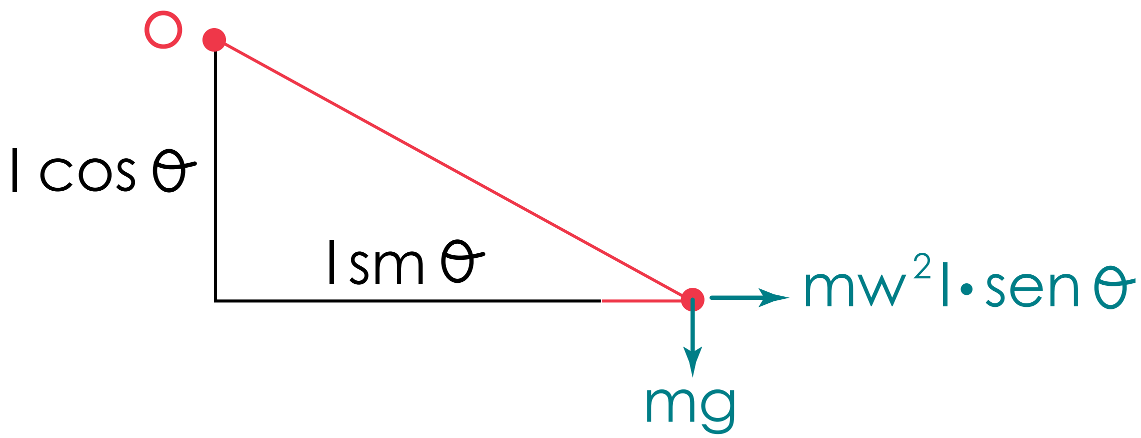
Despejando cosq en la segunda

$$\cos\theta = \frac{g}{lw^2}$$

Como cosq £ 1, esta la solución existe solamente para w2^3 g/l. Es decir, el péndulo abandona su posición vertical solamente si se cumple dicha desigualdad.

SISTEMA DE REFERENCIA NO INERCIAL

Según (Newton, 1999, pág. 132) establece en su texto que para hacer funcionar al péndulo cónico deberemos sustituir el hilo por una varilla rígida de la misma longitud l que supondremos de masa despreciable. El extremo superior de la varilla estará fijado a un gozne en el eje de un motor que gira con velocidad angular w. En el sistema de referencia que gira con la varilla, tenemos un sólido rígido (la varilla) con un punto fijo O y un sólo grado de libertad, el ángulo q.



Debido a la fuerza centrífuga sobre la partícula, la varilla se desviará de su posición vertical un ángulo q cuando la velocidad angular w del motor sea lo suficientemente grande.

En el sistema de referencia en rotación con el eje del motor, la varilla se encontrará en equilibrio si el momento total del peso y de la fuerza centrífuga respecto del eje O es cero.

El momento del peso es:

mg·l·senq

El momento de la fuerza centrífuga es:

mw 2·l·senq ·l·cosq

Ambos momentos tienen la misma dirección (perpendicular al plano formado por la fuerza y el punto O) pero sentidos opuestos. Igualando el momento total a cero

ml·senq (w2l·cosq -g)=0

Tenemos de nuevo, dos soluciones

senq =0   y   2·l·cosq =g

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Este tema ha demostrado que el movimiento circular es aquél cuya trayectoria es una circunferencia dentro de un plano. Que también estamos rodeados por objetos que describen movimientos circulares, donde un disco compacto durante su reproducción en el equipo de música, las manecillas de un reloj o las ruedas de una motocicleta son ejemplos de movimientos circulares; es decir, de cuerpos que se mueven describiendo una circunferencia los cuales podemos identificar en la vida diaria.

El movimiento circular es un ejemplo de movimiento en dos direcciones dentro de cualquier plano en los cuales, se observa con mucha frecuencia en lo que nos rodea, las ruedas de los autos, el movimiento de los discos duros, el movimiento de los satélites en el espacio; podemos considerar que todos los cuerpos de nuestro planeta, diariamente se mueven junto con ella aproximadamente con un movimiento circular cuyo periodo es de 24 horas.

Lo expresa muy bien en sus notas (Rex, 2011, pág. 125) que en el estudio del movimiento circular se distinguen el movimiento circular uniforme. Para su descripción se utilizan analogías con el movimiento rectilíneo y magnitudes lineales o angulares. entre ellas: velocidad lineal y angular, y aceleración centrípeta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bueche, F. J. (2009). **Física General**. Décima edición. México D.F: McGraw-Hill Companies.

Días-Solorzano. (08 de 11 de 2020). Obtenido de http://www.scielo.org.mx/pdf/rmfe/v56n2/v56n2a5.pdf

Dupré A., J. P. (2000). **An accurate determination of the acceleration of gravity g in the undergarduate laboratory.** Chicago: Am. J. Phys.

Hellingman. (1992). **“Newton’s third law revisited”.** USA: Phys. Educ. .

Hibbeler, R. C. (2010). **Engineering Mechanics.** USA: Pearson Prentice Hall.

Newton, I. (1999). **The Principia Mathematical Principles of Natural Philosophy**. University of California Press.: Berkeley: .

Pérez, H. (03 de 11 de 2015). Ebookcentral. Obtenido de https://ebookcentral-proquest-com.proxy.bidig.areandina.edu.co/lib/bibliotecafuaasp/reader.action?docID=4569671&query=F%C3%ADsica

Rex, A. F. (2011). **Fundamento de Física**. Madrid. España: PEARSON.

Slisko, J. (03 de 11 de 2016). Física I. Obtenido de http://www .ebooks7-24 .com .proxy .bidig .areandina .edu .co:2048/onlinepdfjs /view .aspx

Imagenes tomadas de www.pixabay.com, www.freepik.com

San Marcos

www.usanmarcos.ac.cr

San José, Costa Rica