EL PROCESO DE JERARQUÍA ANALÍTICA PJA

TOMA DE DECISIONES CON EL PROCESO DE JERARQUÍA ANALÍTICA PJA

EL PROCESO DE JERARQUÍA ANALÍTICA – PJA CONOCIDA POR SUS SIGLAS EN INGLÉS AHP - *ANALYTIC HIERARCHY PROCESS.*

Según Taha (2012) el proceso de jerarquía analítica es una herramienta de toma de decisiones y sirve para situaciones en que las ideas, sentimientos y emociones que afectan el proceso de toma de decisiones, se puedan cuantificar en una escala numérica y priorizar las alternativa. Es valiosa para la planeación, selección de alternativas y la canalización de recursos. Es una técnica multicriterio y multiatributo porque desarticula un complicado problema en jerarquías.

CON EL PROCESO DE JERARQUÍA ANALÍTICA SE PUEDEN CUANTIFICAR EN UNA ESCALA NUMÉRICA Y PRIORIZAR LAS ALTERNATIVAS.

EL funcionamiento es relativamente simple:

1) Desarticula el problema;

2) Se hacen juicios comparativos; y

3) Se sintetiza los resultados.

Se divide en niveles

1) se ubica la meta a lograr;

2) se enuncian los criterios que se considerarán para cumplir esa meta,

3) se muestran los subcriterios en que se puede descomponer esos criterios y

4) las alternativas a considerar.

Lo principal es asignar una ponderación a los criterios relacionados con una decisión y toma en cuenta la calificación final de las diferentes alternativas respecto de los criterios seleccionados.

Para lograr las ponderaciones, se necesita respuestas (numéricas o verbales) a una serie de preguntas que comparan dos criterios o dos alternativas. Se toma como base la escala de 1 al 9. Los criterios elegidos varían según su objetivo y propósito específicos para cada caso.

El atractivo del PJA consiste en que no requiere una escala común de medidas de todos los factores. En ese análisis se puede incorporar consideraciones sociales, culturales, económicas donde el tipo de los criterios puede ser diferente, el PJA comienza identificando lo relativo de estos criterios y confronta el peso de los criterios por parejas de juicios.

Revisemos el siguiente ejemplo

Carlos, un estudiante destacado que cursa el último año del colegio, recibió varias ofertas de becas académicas completas de tres instituciones universitarias: UCR (Universidad de Costa Rica), UNA (Universidad Nacional de Heredia) y UTN. (Universidad Nacional de Alajuela) Carlos argumenta su elección en dos criterios: la ubicación y la reputación académica. Para él, la reputación académica es cinco veces más importante que la ubicación, y asigna un peso de aproximadamente 83% a la reputación y un 17% a la ubicación.

Carlos utiliza un procesos sistemático que procederemos a explicar con la siguiente figura donde se resume la estructura del problema de decisión.

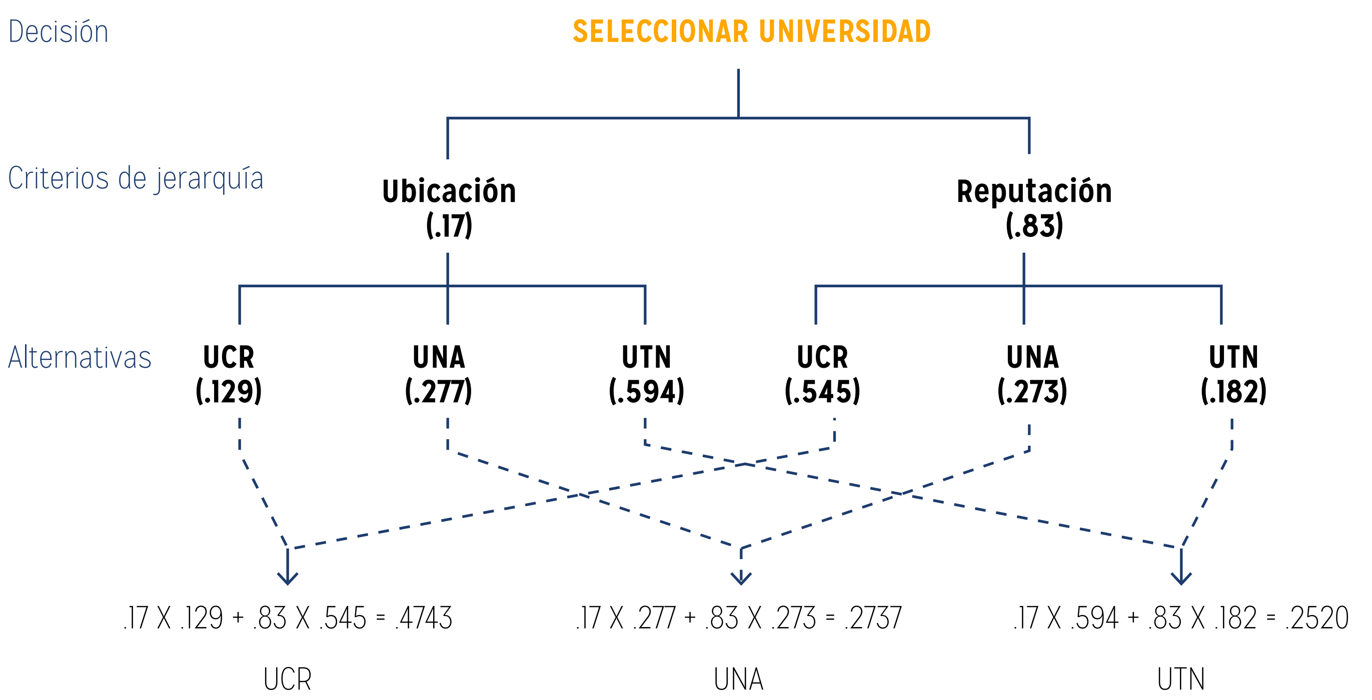


Figura 1: Fuente: Taha, Hamdy. (2012). Investigación de operaciones (novena edición). México, adaptado a realidad más cercana.

Como podemos observar en el gráfico anterior el problema se representa en una sola jerarquía (nivel) correspondiendo a la decisión de seleccionar una universidad, esto nos lleva a representar dos criterios (ubicación y reputación) y tres alternativas de decisión (UCR, UNA y UTN), donde UCR, corresponde a la Universidad de Costa Rica, UNA, corresponde a la Universidad Nacional y UTN que corresponde a la Universidad Nacional.

A cada universidad se le asigna un peso estimado como lo podemos ver en la siguiente tabla:

	Estimaciones de peso en porcentaje para		
CRITERIO	**UCR**	**UNA**	**UTN**
Ubicación	12.9	27.7	59.4
Reputación	54.5	27.3	18.2

La calificación de cada universidad se basa en los siguientes pesos compuestos:

UCR = .17 * .129 + .83 * .545 = .4743

UNA = .17 * .277 + .83 * .273 = .2737

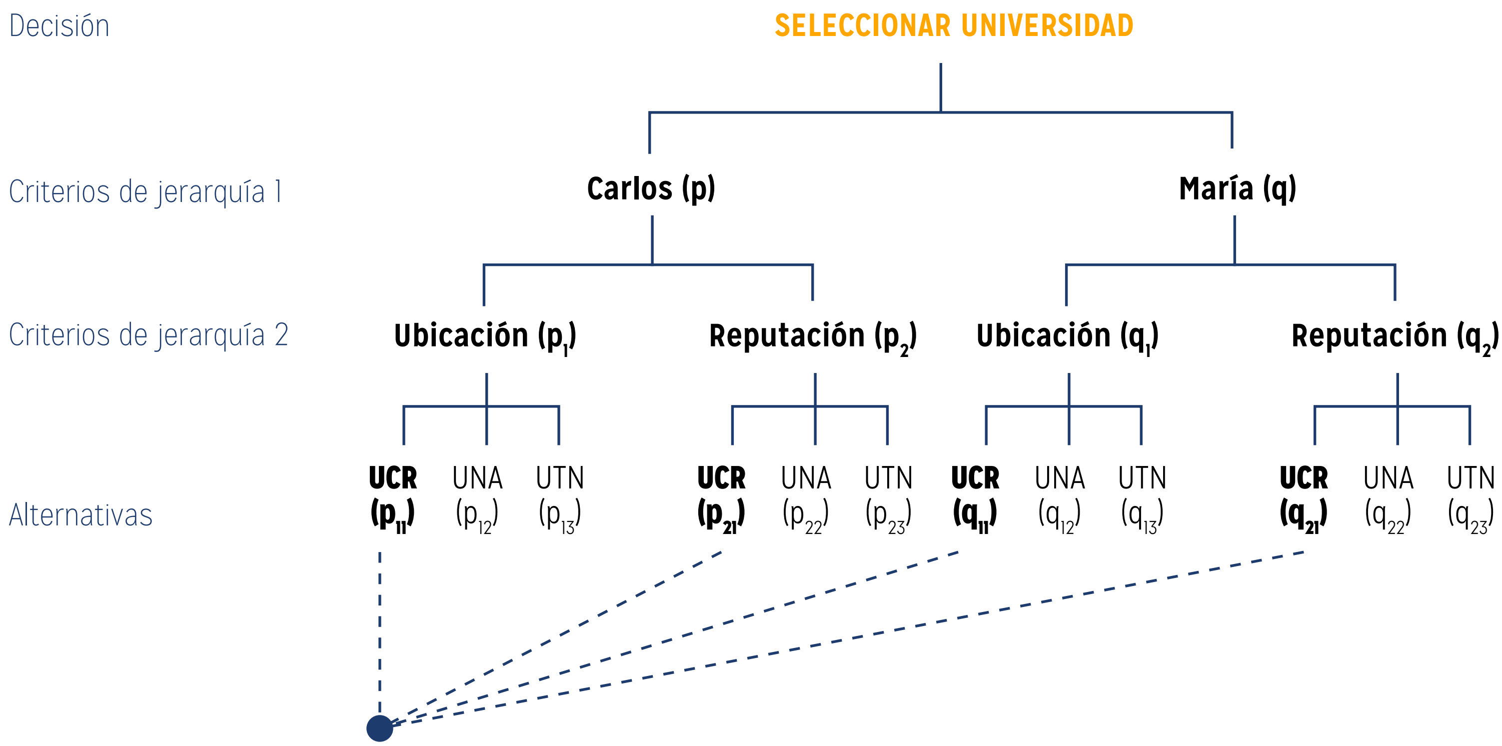
UTN = .17 * .594 + .83 * .182 = .2520

Basado en estos cálculos, el estudiante se inclina por la UCR porque tiene el peso compuesto más alto.

Supuestos.

La estructura general del PJA puede incluir varios niveles de criterios. Suponga que en el ejemplo anterior Carlos tiene una hermana gemela María, ella también fue aceptada con beca completa a las tres universidades. Los padres insisten en que los dos, él y ella asistan a la misma universidad.

En la figura siguiente se plantea el problema de decisión, el cual ahora implica dos jerarquías. Los valores de p y q en la primera jerarquía son los pesos relativos que representan las opiniones de Carlos y María (presumiblemente iguales). Los pesos (p_1, p_2) y (q_1, q_2) en la segunda jerarquía, respectivamente, representan las preferencias de Carlos y María con respecto a la ubicación y reputación de cada universidad.



$UCR = p(p_1 \times p_{11} + p_2 \times p_{21}) + q(q_1 \times q_{11} + q_2 \times q_{21})$

$UCR = p(p_1 \times p_{11} + p_2 \times p_{21}) + q(q_1 \times q_{11} + q_2 \times q_{21})$

Fuente: Taha, Hamdy. (2012). Investigación de operaciones (novena edición). México, adaptado a realidad más cercana.

El resto de la gráfica de toma de decisiones puede interpretarse del mismo modo como lo hicimos anteriormente. Observe que

$p+q = 1, p_1+p_2 = 1, q_1+q_2 = 1, p_{11}+p_{12}+p_{13} = 1, p_{21}+p_{22}+p_{23} = 1, q_{11}+q_{12}+q_{13} = 1, y\, q_{21}+q_{22}+q_{23} = 1.$

De acuerdo a Taha (2012) la determinación de los pesos. El quid (asunto) del PJA es la determinación de los pesos relativos como lo utilizamos en el ejemplo que estamos trabajando para calificar las alternativas.

Suponiendo que nos enfrentamos a n criterios en una jerarquía dada, el PJA establece una matriz de comparación por pares A de n x n, que cuantifica el juicio del tomador de decisiones de la importancia relativa de los criterios. La comparación por pares se hace de modo que el criterio en la fila i (i = 1, 2,..., n) se califica con respecto a cada criterio alterno. Si a_{ij} define el elemento (i, j) de A, el PJA utiliza una escala numérica del 1 al 9 en la cual $a_{ij} = 1$ significa que i y j son de igual importancia, $a_{ij} = 5$ indica que i es mucho más importante que j, y $a_{ij} = 9$ indica que i es extremadamente más importante que j. Otros valores intermedios entre 1 y 9 se interpretan según corresponda. Consistencia en el juicio implica que si $a_{ij} = k$, entonces $a_{ji} = 1$. Además, todos los elementos diagonales aii de A son iguales a 1, porque estos elementos califican cada criterio contra sí mismos.

Determina la matriz de comparación A

Seguimos con el ejemplo que venimos trabajando para demostrar cómo se determina la matriz de comparación A para el problema de decisión de Carlos, comenzamos con la jerarquía superior que tiene que ver con los criterios de ubicación (L) y reputación (R).

En el juicio de Carlos, R es mucho más importante que L, y por consiguiente $a_{21} = 5$ y, de forma automática, $a_{12} = 1$, por lo que se produce la siguiente matriz de comparación:

$$A = \begin{array}{c} \\ L \\ R \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} L & R \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1/5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

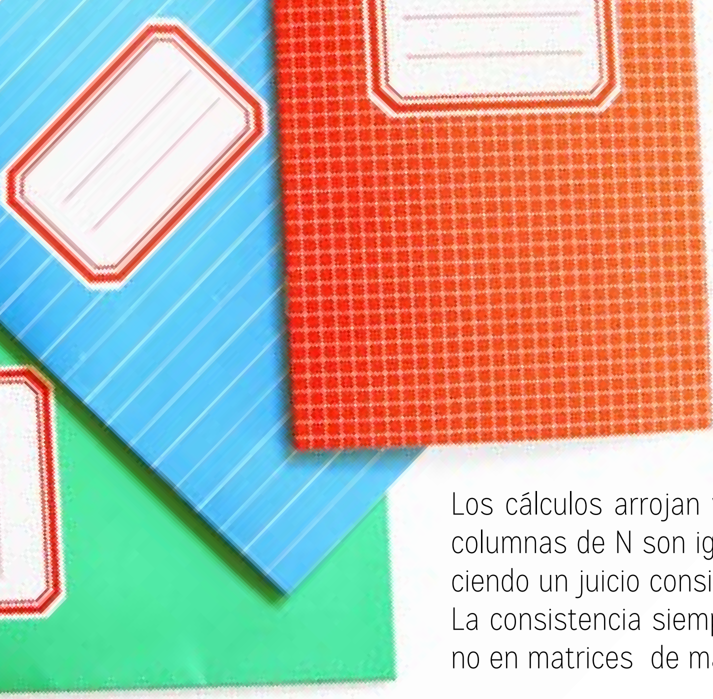
Los pesos relativos de R y L se determinan normalizando A para crear una nueva matriz N. El proceso requiere dividir los elementos individuales de cada columna entre la suma de la columna. Por lo tanto, dividimos los elementos de la columna 1 entre 6 (1 + 5) y los de la columna 2 entre 5 1.2 (= 1 + 12). Los pesos relativos deseados, w_R y w_L, se calculan entonces como promedios de fila

$$N = \begin{array}{c} \\ L \\ R \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} L & R \end{array} \\ \begin{pmatrix} .17 & .17 \\ .83 & .83 \end{pmatrix} \end{array}$$

Promedio de fila

$w_L = (.17+.17) / 2 = .17$

$w_R = (.83+.83) / 2 = .83$



Los cálculos arrojan w_L = .17 y w_R = .83, los pesos que utilizamos en la figura 1. Las columnas de N son iguales, una indicación de que el tomador de decisiones está ejerciendo un juicio consistente al especificar las entradas de la matriz de comparación A. La consistencia siempre está garantizada en matrices de comparación de 2 x 2, pero no en matrices de mayor orden (como explicaremos en breve).

Las preferencias de Carlos con respecto a la importancia relativa de las tres universidades desde el punto de vista de los dos criterios L y R se resumen en las siguientes matrices de comparación:

$$A_L = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/5 \\ 2 & 1 & 1/2 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \end{array}, \quad A_R = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1/3 & 2/3 & 1 \end{pmatrix} \end{array},$$

A continuación, tenemos

Suma de la columna A_L = {8, 3, 5, 1, 7}
Suma de la columna A_R = {1.83, 3.67, 5.5}

Las matrices normalizadas se determinan dividiendo cada entrada de una columna entre la suma de la columna respectiva; es decir,

$$N_L = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} .125 & .143 & .118 \\ .250 & .286 & .294 \\ .625 & .571 & .588 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{Promedios de fila} \\ w_{LA} = (.125+.143+.118) / 3 = .129 \\ w_{LB} = (.250+.286+.294) / 3 = .277 \\ w_{LC} = (.625+.571+.588) / 3 = .594 \end{array}$$

$$N_R = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} .545 & .545 & .545 \\ .273 & .273 & .273 \\ .182 & .182 & .182 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{Promedios de fila} \\ w_{LA} = (.545+.545+.545) / 3 = .545 \\ w_{LB} = (.273+.273+.273) / 3 = .273 \\ w_{LC} = (.182+.182+.182) / 3 = .182 \end{array}$$

Los valores w_{LA}, w_{LB} y w_{LC} (=.129, .277, y .594) dan los pesos de las ubicaciones respectivas de UCR, UNA y UTN, respectivamente. Asimismo, los valores de w_{RA}, w_{RB} y w_{RC} (= .545, .273, .182) dan los pesos relativos con respecto a la reputación académica de las tres universidades. Estos son los valores utilizados en la figura 1.

TEORÍA DE JUEGOS

Nota: los siguientes ejemplos fueron tomados de Taha, Hamdy. (2012). Investigación de operaciones (novena edición). México: Pearson. Págs. 541-542. Recuperado de http://jrvargas.files.wordpress.com/2009/01/investigacic3b3n-de-operaciones-9na-edicic3b3n-hamdy-a-taha-fl.pdf. [Consulta 20 de junio, 2014]. Con un fin meramente didáctico, estos ejemplos fueron adaptados a una realidad más cercana para el estudiante.

De acuerdo a Taha (2012) esta teoría tiene que ver con situaciones de decisión en la que dos oponentes inteligentes con objetivos conflictivos (en caso de suma cero) compiten intensamente para superar al otro. En la realidad es aplicado a lanzamiento de campañas publicitarias de productos que compiten.

En un conflicto, cada uno de los dos jugadores (oponentes) tiene una cantidad (finita o infinita) de alternativas o estrategias. Asociada con cada par de estrategias está la retribución que un jugador recibe del otro. Tal situación se conoce como juego de suma cero entre dos personas porque la ganancia de un jugador es igual a la pérdida del otro. Esto significa que podemos representar el juego en función de la retribución que recibe un jugador. Designando los dos jugadores A y B con m y n estrategias,

Solución óptima de juegos de suma cero entre dos personas

Debido a que los juegos de suma cero o constante implican un conflicto de intereses, la base para la selección de estrategias óptimas aseagura que ninguno de los jugadores intenta buscar una estrategia diferente porque el resultado será una retribución peor. Estas soluciones pueden ser en la forma de una sola estrategia o varias estrategias combinadas al azar.

Ejemplo de las farmacias

Dos farmacias, A y B, venden dos marcas de un medicamento para la gripe. La farmacia A se anuncia en radio (A_1), televisión (A_2) y periódicos (A_3). La farmacia B, además de utilizar la radio (B_1), la televisión (B_2) y los periódicos (B_3), también envía folletos por correo (B_4). Dependiendo de la efectividad de cada campaña publicitaria, una farmacia puede capturar una parte del mercado de la otra. La siguiente matriz resume el porcentaje del mercado capturado o perdido por la farmacia A.

	B_1	B_2	B_3	B_4	Fila mín
A_1	8	-2	9	-3	-3
A_2	6	5	6	8	**5 ← Maxmin**
A_3	-2	4	-9	5	-9
Columna más	-2	**5**		8	
		↑ **Minmax**			

La solución del juego se basa en el principio de asegurar lo mejor de lo peor para cada jugador.

Si la farmacia A selecciona la estrategia A_1, entonces, independientemente de lo que haga B, lo peor que puede suceder es que A pierda 3% del segmento del mercado ante B.

Esto se representa por medio del valor mínimo de las entradas en la fila 1. Asimismo, con la estrategia A_2, el peor resultado es que A capture 5 % de B, y con la estrategia A_3, el peor resultado es que A pierda 9 % ante B. Estos resultados aparecen bajo fila mín.

Para lograr lo mejor de lo peor, la farmacia A elige la estrategia A_2 porque corresponde a un valor máxi-mín.

Luego, para la farmacia B, la matriz de retribuciones dada es para A, la mejor de la peor solución de B está basada en el valor míni-máx.

El resultado es que la farmacia B elegirá la estrategia B2. La solución óptima del juego exige seleccionar las estrategias A2 y B2, lo que significa que ambas farmacias deben utilizar la publicidad por televisión.

La retribución favorecerá a la farmacia A porque su segmento del mercado se incrementará 5 %. En este caso, decimos que el valor del juego es 5 % y que A y B están utilizando una solución de punto de silla.

LAS SOLUCIONES DE JUEGOS CON ESTRATEGIAS COMBINADAS CONSIGUEN RESOLVERSE POR MEDIO DE MÉTODOS GRÁFICOS O PROGRAMACIÓN LINEAL.

La solución de punto de silla impide seleccionar una mejor estrategia por parte de cualquiera de las farmacias. Si B cambia de estrategia (B1, B3 o B4), la farmacia A puede seguir con la estrategia A2, lo que resultaría en una pérdida peor para B (6 u 8%). Por la misma razón, A no buscaría una estrategia diferente porque B puede cambiar a B3 para obtener 9% de ganancia del mercado si se utiliza A1, y 3% si se utiliza A3.

Solución de juegos con estrategias combinadas

Las soluciones de juegos con estrategias combinadas consiguen resolverse por medio de métodos gráficos o programación lineal. La solución gráfica es apropiada para juegos con exactamente dos estrategias puras de uno o ambos jugadores.

La programación lineal puede solucionar cualquier juego de suma cero entre dos personas. (Págs. 541-545).

Le recomendamos ampliar esta lectura en el libro Taha (2012).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Taha, Hamdy. (2012). *Investigación de operaciones* (novena ed.). México: Pearson. Recuperado de http://jrvargas.files.wordpress.com/2009/01/investiga-cic3b3n-de-operaciones-9na-edicic3b3n-hamdy-a-taha-fl.pdf. [Consulta 20 de junio, 2013].