ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

En todo momento de nuestra vida estamos haciendo estimaciones. Por ejemplo cuando salimos de la casa al trabajo, estimamos el tiempo que gastamos en llegar y decidimos el medio por medio del cual lo realizaremos. En la administración, el mercadeo, las finanzas se recurre a las estimaciones porque en la mayoría de los casos deben tomar decisiones racionales sin disponer de información completa y con mucha incertidumbre respecto a lo que les depara el futuro.

- ## TIPOS DE ESTIMADORES

La estimación de parámetros se puede hacer de dos formas, *estimación puntual y estimación por intervalo.* Suponga que el gerente de producción de una empresa desea estimar el tiempo promedio que gastan los trabajadores en realizar una tarea específica. Se podría establecer la estimación mediante un solo número, por ejemplo 30 minutos o podríamos decir que el tiempo medio está entre 25 y 35 minutos. El primer tipo se llama estimación puntual, ya que se puede asociar al único número que representa la estimación mientras que en la segunda forma la representación se hace entre dos valores dentro de los cuales se estima el parámetro poblacional.

La estimación puntual utiliza la información de una muestra para llegar a un solo número, que estima el parámetro de interés. La estimación se realiza mediante un **estimador.** Un estimador es una regla que expresa cómo calcular la estimación, basándose en la información de la muestra y se enuncia mediante una fórmula.

La media muestral X es un estimador puntual de la media poblacional μ, igualmente la varianza muestral S^2 es un estimador de la varianza poblacional σ^2.

Ejemplo

Se quiere hacer un estudio sobre el precio del galón de gasolina en Bogotá, teniendo en cuenta que varía según la fecha, la estación y la localización. Los datos tomados en una muestra aleatoria de cinco estaciones en junio del 2011 son: 7995, 8310, 8180, 7958, 8099

a. La estimación puntual para el precio promedio es:

$$X = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{40542}{5} = 8108{,}4 = \mu$$

- **EL INTERVALO DE CONFIANZA**

La estimación por intervalo es una regla que indica como calcular dos números con base en los datos muestrales, estos dos números tienen asociada una probabilidad llamada nivel de confianza y la expresamos como (1 – α), la cual mide que el verdadero parámetro poblacional se encuentre dentro del intervalo.

La estimación puntual no permite medir la confiabilidad de los resultados, es por esto que trabajaremos con más detalle la estimación por intervalo.

- **INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA POBLACIONAL- MUESTRAS GRANDES Y EN EL CASO DE MUESTRAS PEQUEÑAS**

Para construir el intervalo de confianza para la media poblacional se tendrán en cuenta tres situaciones diferentes:

1. Cuando la población es normal y la varianza de la población es conocida

2. Cuando la población es normal y la varianza de la población es desconocida
3. Cuando la población no es normal

INTERVALO DE CONFIANZA DE LA MEDIA POBLACIONAL CUANDO SE CONOCE LA VARIANZA POBLACIONAL

La distribución muestral de X , es normal con media μ y varianza conocida σ^2, entonces se establece un intervalo de confianza (1 – α) de la siguiente manera:

$$X - Z\alpha_{/2}\sigma_X \leq \mu \leq X + Z\alpha_{/2}\sigma_X$$

Si la población es conocida, el intervalo se define como:

$$X \pm Z\,\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Si la población es desconocida, el intervalo se define como

$$X \pm Z\,\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

Ejemplo

Se recibe un cargamento muy grande de bultos de arroz provenientes de una importación y se desea estimar el peso promedio (μ) de dichos bultos, para esto se toma una muestra aleatoria de 100 bultos, que arrojan un peso promedio de X =21.6 kilos. Se sabe por experiencias anteriores, que la desviación estándar de dichos cargamentos es de σ =5.1 kilos. Se quiere un nivel de confianza en la estimación del 95% **(1-α) =0.95**

Observemos que no se sabe si el peso de los bultos de arroz se distribuye normalmente, pero como n=100 (muestra grande ya que n>30), entonces, las medias muestrales se comportarán aproximadamente de acuerdo a una distribución normal, según el teorema del límite central.

Solución

La variable X: peso de los bultos de arroz

La información dada es

$n = 100$

$X = 21.6$ kilos

$\sigma = 5.1$ kilos

por lo tanto el tamaño de la población N es desconocida, entonces para reemplazar en el intervalo, solo falta encontrar el valor Z en la tabla normal para un nivel de confianza de 0.95.

Como el nivel de confianza siempre queda en el centro de la distribución entonces:

$1 – 0,95 = 0,05$ $0,05/2 = 0,025$ $\alpha/2 = 0,025$

En la tabla normal para un área de 0,025 el valor de Z es $\pm 1,96$

Si reemplazamos en la fórmula tenemos:

$21,6 \pm (1,96)5.1/\sqrt{100} = 21,6 \pm 0,9996$

El intervalo queda entonces en la forma:

$20,6 \leq \mu \leq 22,6$

La expresión anterior, significa que con una confianza del 95% se estima que el peso promedio de todo el cargamento fluctúa entre 20,6 y 22,6 kilos.

INTERVALOS DE CONFIANZA PARA LA MEDIA POBLACIONAL CUANDO SE DESCONOCE VARIANZA POBLACIONAL Y LA MUESTRA ES PEQUEÑA

Cuando se tiene una muestra aleatoria de tamaño n ≤ 30 (muestra pequeña) cuyas observaciones son tomadas de una distribución normal con varianza desconocida, es posible hallar un intervalo en el cual se encuentra la media poblacional a un nivel de confianza (1 – α) con la varianza muestral S2. Este intervalo se determina así:

$$X - t_{n-1,\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq X + t_{n-1,\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

En el anterior intervalo *n* 1, 2 *t* − α corresponde al valor de una distribución t-student con n-1 grados de libertad.

En la forma resumida el intervalo es:

$$X \pm t\frac{s_x}{\sqrt{n}}$$

Ejemplo:

El sueldo mensual promedio de una muestra de 11 empleados, en el área administrativa de cierta multinacional, es de $1 500 000 y la desviación típica muestral es de 100 000. Si las observaciones son tomadas de una distribución normal, determine el intervalo de confianza al 90% para el salario promedio de todos los empleados del área administrativa de la empresa.

Primero escribamos los datos dados:

X: Salario mensual de los empleados del área administrativa

S= 100000

n= 11

Luego calculamos α/2

100(1-α)%= 90%

1 –α=0.90

α=1- 0.90

α=0.10

α/2 = 0.05

Ahora hallamos el factor de confiabilidad, *t n*- 1,α/2 : es decir t 10 (0,05) = 1,8125

En la tabla de distribución de t student, se ubica en la parte vertical los grados de libertad de la primera columna y las probabilidades en la primera fila. Donde se encuentra el valor de 1,8125.

Reemplazando los valores en la fórmula se obtiene:

$$1500000 \pm 1{,}8125\ \frac{100000}{\sqrt{11}}$$

$$1500000 \pm 54648.93$$

$$1445351{,}069 \leq \ \mu \ \ \leq 1554648{,}93$$

Luego podemos concluir con un nivel de confianza del 95% que el salario promedio de la empresa en el área administrativa, está entre $1´445.351,069 y $1 554.648,93

- **CONTROL DE ANCHO DE UN INTERVALO**

Cuando SE Trabaja con un intervalo más estrecho es preferible ya que presenta una precisión adicional. Hay dos métodos para lograr un intervalos más preciso: reducir el nivel de confianza, o incrementar el tamaño de la muestra.

a. **Reducción del nivel de confianza:** Hay ocasiones en que se decide aceptar un nivel de confianza menor, lo cual en ocasiones genera un costo involucrado en lograr esta precisión mayor y consiste a incrementar la probabilidad de error.
b. **Incremento del tamaño muestral:** Con este se tiende a reducir el error estándar, sin embargo esto acarrea un costo ya que significa más tiempo y más dinero para recolectar y manejar los datos.

• DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO APROPIADO DE LA MUESTRA

Es posible que cuando realicemos una estimación por intervalo observemos que el tamaño de este es demasiado grande. Por ende si ampliamos el tamaño de la muestra es posible que encontremos intervalos de confianza más pequeños que nos ayuden a establecer conclusiones más precisas y cercanas al valor de los parámetros poblacionales.

Para esto es necesario elaborar un proceso que nos permita establecer el tamaño más adecuado de la muestra. Dicho tamaño de muestra se obtiene utilizando el margen de error.

Tamaño de la muestra para estimar la media poblacional con distribución normal y varianza conocida

Dado que el margen de error, que denotaremos **e** es igual a

$$e = Z\,\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

Para determinar el valor de n sólo necesitamos despejarlo:

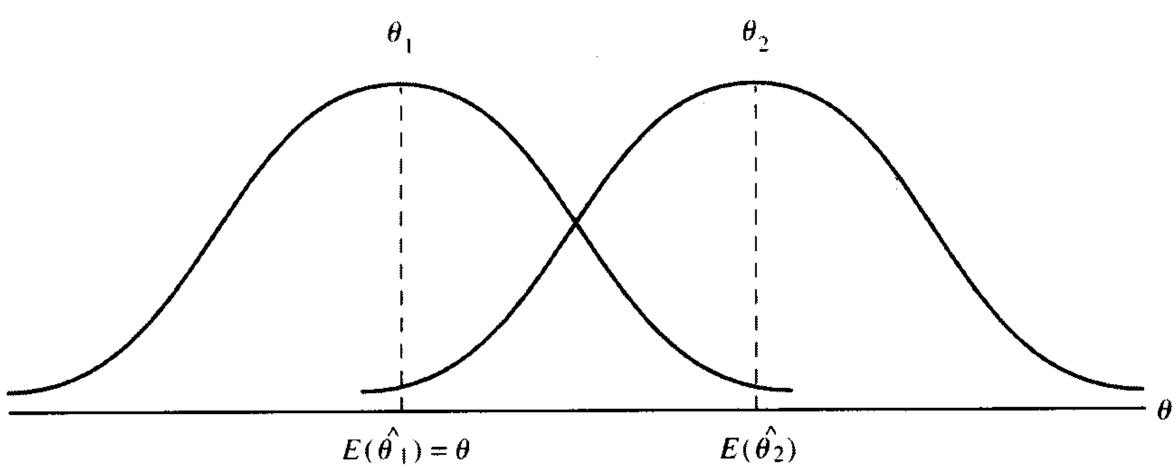
$$n = \frac{Z^2 \sigma_x^2}{e^2}$$

Téngase en cuenta que los datos dados deben ser el margen de error y la varianza poblacional.

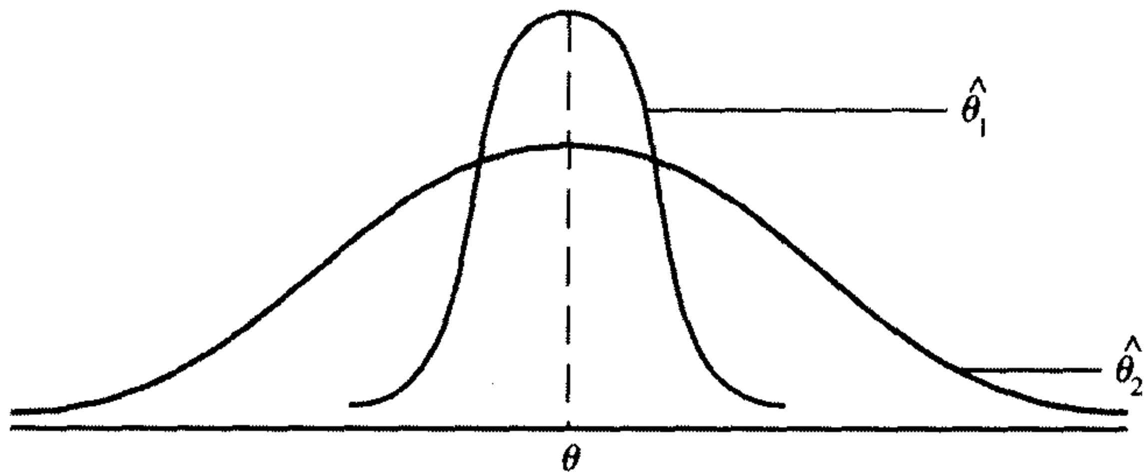
- **PROPIEDADES DE UN BUEN ESTIMADOR**

Un estimador en la regla o procedimiento expresado como fórmula que se utiliza para derivar la estimación. Para obtener una buena estimación, estos deben cumplir con cuatro propiedades básicas:

- ***Estimador insesgado:*** Resulta cuando el valor esperado es igual al valor del parámetro que se quiere investigar. Gráficamente se representa a continuación:



- ***Estimador eficiente***: Esta eficiencia se mide a través de su varianza. Es más eficiente aquél que tiene una mínima varianza.



- ***Estimador consistente*****:** Es aquel donde al crecer el tamaño muestral el estimador se aproxima al valor del parámetro. Para ello, se cumple con las condiciones anteriores.

- ***Estimador suficiente*****:** Es aquel que proporciona la mayor información sobre la muestra de estudio.

BIBLIOGRAFÍA:

Anderson, D. Dennis, J., Sweenwy y Thomas, W. (2008). *Estadística para Administración y Economía.* (10ª Edición). México: Cengage Learning.

Gómez, M. (2011). *Elementos de Estadística Descriptiva*. (24ª Reimpresión). Costa Rica: UNED.

Triola, M.(2007). *Estadística para las ciencias sociales.* (1 Edición). México. Pearson. UNED

Webster, L. (2001). *Estadística aplicada a los negocios y la economía*. (Tercera Edición). Colombia. Mc Graw Hill.

https://libsso.epic-sam.net/Learn/Player.aspx?enrollmentid=3588108 (Repositorio)