FUNCIONES

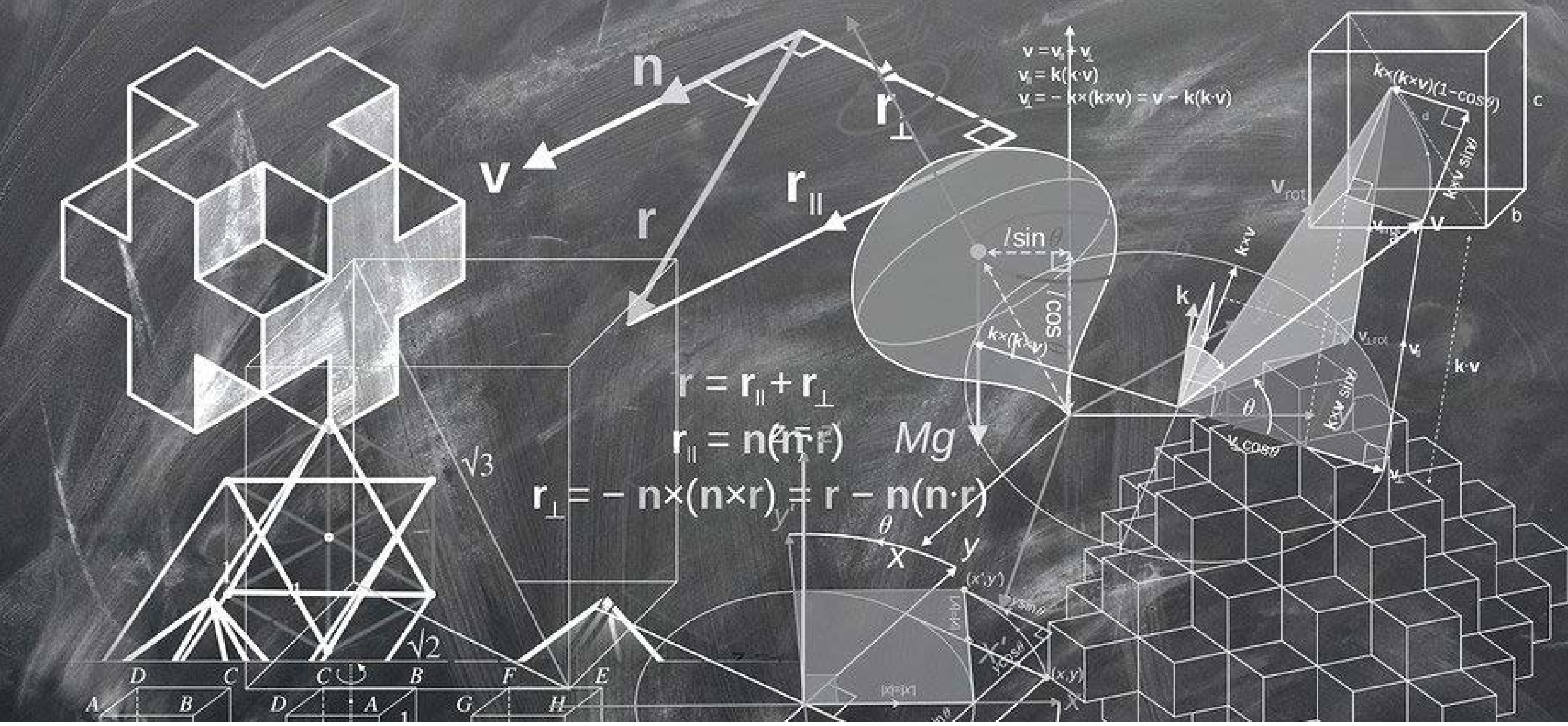
AUTOR: JIMENA SANABRIA

OCTUBRE: 2019

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN

En esta lectura se comprenderá el concepto de ***función*** y sus distintas ***características***, para comprender el uso en la vida cotidiana.



PREGUNTA DISPARADORA

¿En qué nos pueden ayudar en la vida cotidiana el uso de las funciones?

ABSTRACT O RESUMEN

Se describen las diferentes características que definen una función, tales como dominio, codomimio, ámbito, preimagen, imagen, intersecciones.

PALABRAS CLAVE

Función

Dominio

Codomimio

Ámbit

Preimagen

imagen

Intersecciones

Composición

Gráficas

Conceptos básicos de función

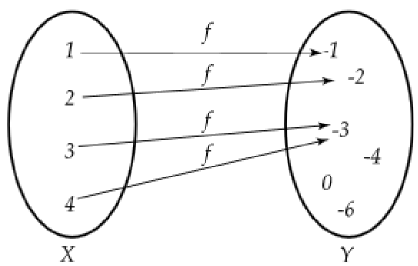
Sean A y B dos conjuntos no vacíos. Una función f de A en B es una ley, regla o correspondencia que a cada elemento de A, le hace corresponder un y un solo elemento de B.

$$f: A \to B$$

Al conjunto A se llama dominio y al conjunto B se le llama codominio de la función.

A los elementos de A se le llaman preimágenes y a los elementos de B se le llaman imágenes.

Ejemplo: Sea



Al 1 se le asigna -1
Al 2 se le asigna -2
Al 3 se le asigna -3
Al 4 se le asigna -4

Entonces:

1. El dominio de la función es $\{1, 2, 3, 4\}$
2. El codominio de la función es $\{-6, -4, -3, -2, -1, 0\}$

Una función describe la dependencia de una cantidad respecto de otra. Por tanto, los elementos de una función se representan por medio de pares ordenados donde la primera cantidad pertenece al dominio y la segunda al codominio. Así, la forma general de representar un elemento de la función f es la siguiente:

$$(\mathrm{x}, \mathrm{f}(\mathrm{x}))$$

Continuando con el ejemplo anterior, los pares ordenados son: $(1, -1)$, $(2, -2)$, $(3, -3)$ y $(4, -4)$

EL ÁMBITO ESTÁ CONTENIDO EN EL CODOMINIO, SON LAS IMÁGENES QUE TIENEN RELACIÓN CON ELEMENTOS DEL DOMINIO.

El conjunto formado por las imágenes que están relacionadas con elementos del dominio se denomina ámbito.

Continuando con el ejemplo: el ámbito de la función es $\{-1, -2, -3, -4\}$

El criterio de una función es una expresión algebraica por medio de la cual se puede calcular una imagen o una preimagen de un elemento del dominio o del codominio de la función.

Ejemplos:

$$f(x) = x^2 + x - 3, \quad g(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{3}$$

Ejemplo:
Sea $\mathrm{A} = \{-2, -1,\ 0,\ 1, 2\}$, $\mathrm{B} = \{-6, -5, -4, -2, 0, 1, 2, 4, 6\}$ y sea la función $\mathrm{f}\colon \mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{B}$, tal *que* $f(x) = 2x$. Determine:
Dominio de f: $\{-2, -1,\ 0,\ 1, 2\}$

Codominio de f: $\{-6, -5, -4, -2, 0, 1, 2, 4, 6\}$

El ámbito o rango de f:
Se realiza una tabla de valores, sustituyendo las preimágenes en el criterio y resolviendo la operación combinada:

PARA DETERMINAR EL ÁMBITO SE UTILIZAN LOS ELEMENTOS DEL DOMINIO Y SE SUSTITUYE EN EL CRITERIO PARA DETERMINAR CON QUIÉN ESTÁN RELACIONADOS

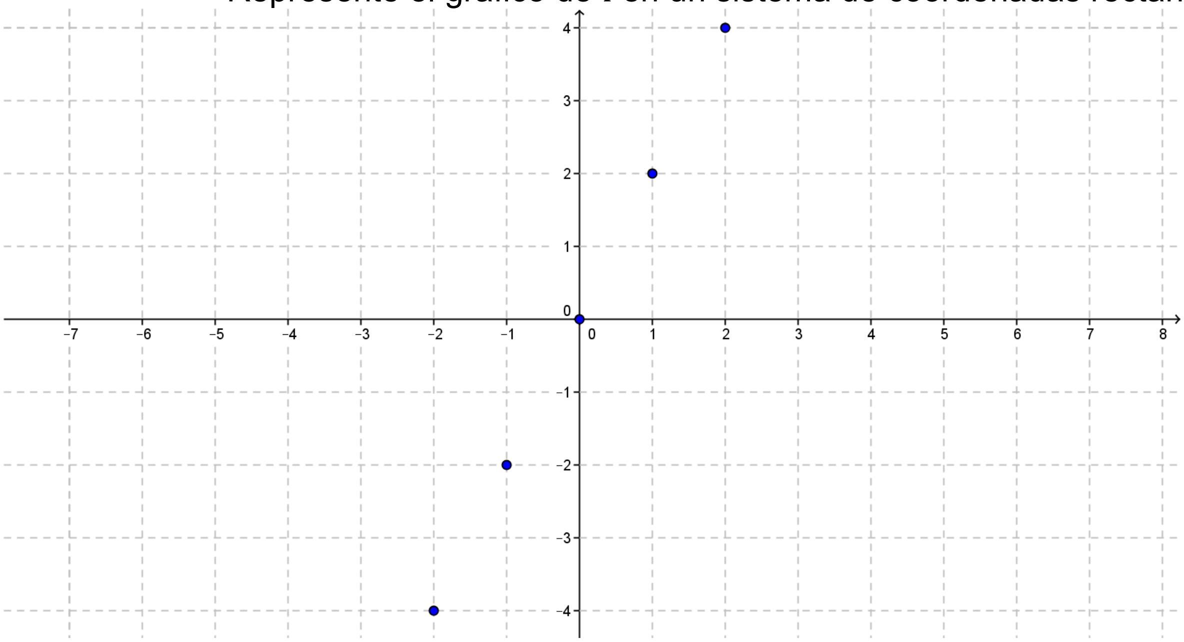
x	y
-2	$f(-2) = 2(-2) = -4$
-1	$f(-1) = 2(-1) = -2$
0	$f(0) = 2(0) = 0$
1	$f(1) = 2(1) = 2$
2	$f(2) = 2(2) = 4$

Por lo que el ámbito es: $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$

EL GRÁFICO DE UNA FUNCIÓN ES EL CONJUNTO DE PARES ORDENADOS QUE DEFINEN LA FUNCIÓN

El gráfico de f: $\{(-2,-4), (-1,-2), (0,0), (1,2), (2,4)\}$

Represente el gráfico de f en un sistema de coordenadas rectangulares



Nota: Generalmente en vez de escribir “Represente el gráfico de f en un sistema de coordenadas rectangulares” escribiremos “Realice el trazo de f”

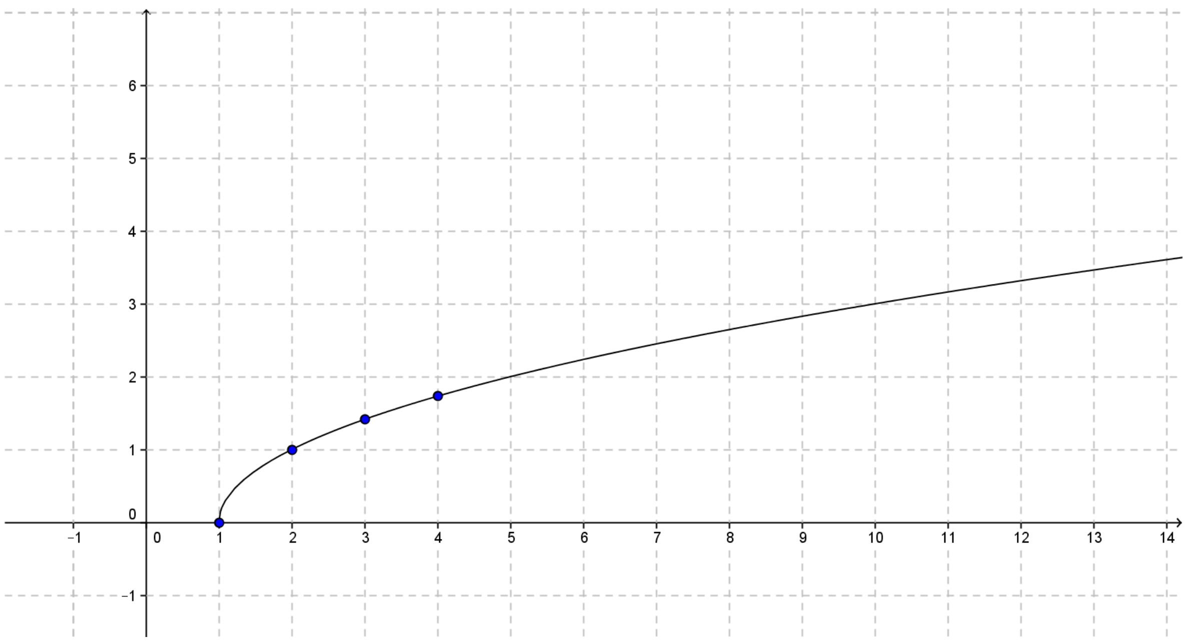
Ejemplo: Sea $f: [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \sqrt{x-1}$. Determine:
Dominio de f: $[1, +\infty[$
Codominio de f: $\mathbb{R}$
Ámbito de f:

Se realiza una tabla de valores, sustituyendo las preimágenes en el criterio y resolviendo la operación combinada:

x	y
1	$f(1)=\sqrt{(1)-1}=0$
2	$f(2)=\sqrt{(2)-1}=1$
3	$f(3)=\sqrt{(3)-1}=\sqrt{2}$
4	$f(4)=\sqrt{(4)-1}=\sqrt{3}$
$+\infty$	$+\infty$

Por lo que el ámbito es: $[0,+\infty[$

Determine la gráfica f



Cálculo de imágenes

Para calcular la imagen de un elemento del dominio de una determinada función se sustituye este elemento por la x. Luego, se efectúan las operaciones establecidas al hacer la sustitución hasta obtener la imagen en forma simplificada.

Ejemplos:

Si f es una función definida por $f(x)=\frac{3-5x}{7}$, halle la imagen de $\frac{-4}{5}$.

$$f\left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{3 - 5\left(\frac{-4}{5}\right)}{7}$$
$$f\left(\frac{-4}{5}\right) = 1$$

La imagen de $\frac{-4}{5}$ es 1.

Si $f(x) = 15 \cdot 25^x$, halle la imagen de $\frac{-1}{2}$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right) = 15 \cdot 25^{\left(\frac{-1}{2}\right)}$$
$$f\left(\frac{-1}{2}\right) = 3$$

La imagen de $\frac{-1}{2}$ es 3.

Cálculo de preimágenes

Cuando se tiene una imagen y se requiere calcular su preimagen, se iguala el criterio de la función con la imagen dada, y luego se resuelve la **ecuación** resultante. La solución de la ecuación es la preimagen si es un elemento del dominio de la función.

Ejemplos:

Si $f(x) = x^2 - x - 5$, halle las preimágenes de 1

$$f(x) = x^2 - x - 5$$
$$1 = x^2 - x - 5$$
$$0 = x^2 - x - 5 - 1$$
$$0 = x^2 - x - 6$$
$$\Delta = (-1)^2 - 4 \bullet 1 \bullet -6$$
$$\Delta = 25$$

$$x_1 = \frac{--1 + \sqrt{25}}{2 \bullet 1} \qquad x_1 = \frac{--1 - \sqrt{25}}{2 \bullet 1}$$
$$x_1 = 3 \qquad x_1 = -2$$

Las preimágenes de 1 son 3 y -2.

Halla la preimagen de $\frac{2}{3}$ para la función dada por $f(x) = \frac{5-2x}{3x-1}$

$$f(x) = \frac{5 - 2x}{3x - 1}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{5-2x}{3x-1}$$
$$2(3x-1) = 3(5-2x)$$
$$6x-2 = 15-6x$$
$$6x+6x = 15+2$$
$$12x = 17$$
$$x = \frac{17}{15}$$

La preimagen de $\frac{2}{3}$ es $\frac{17}{15}$

Intersección de la gráfica de f y el eje x

Se iguala el criterio de la función a 0, se resuelve la **ecuación** resultante, entonces la gráfica de f interseca al eje x en el punto $(\alpha, 0)$.

Intersección de la gráfica de f y el eje y

Se sustituye 0 en la x del criterio y se efectúan las operaciones resultantes, entonces la gráfica de f interseca al eje y en el punto $(0, \beta)$.

Ejemplo:

Sea $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Determine las intersecciones con la gráfica de f con los ejes x y y

Intersección con x:

$$f(x) = 2x-1$$
$$0 = 2x-1$$
$$-2x = -1$$
$$x = \frac{-1}{-2}$$
$$x = \frac{1}{2}$$

La intersección es $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

Intersección con y:

$$f(x) = 2x-1$$
$$f(0) = 2(0)-1$$
$$f(0) = -1$$

La intersección es $(0,-1)$

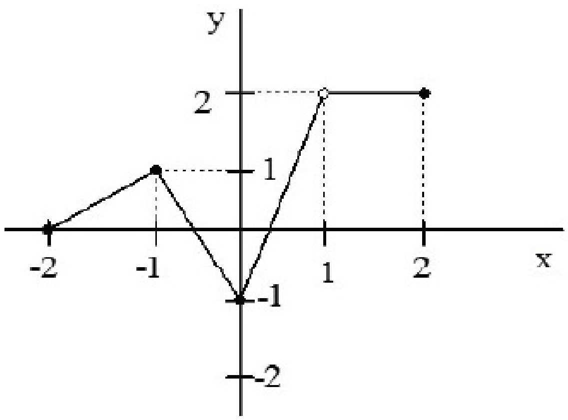
Análisis de gráficas

Para analizar la gráfica de una función se puede determinar el dominio, ámbito, preimagenes, imágenes, régimen de variación (si la función es creciente, decreciente, constante, estrictamente creciente o estrictamente decreciente) y las intersecciones con los ejes coordenados.

Dominio: Se lee en el eje x, de izquierda a derecha.
Ámbito: Se lee en el eje y, de abajo hacia arriba.
Régimen de variación (Monotonía): Se lee en el eje x, de izquierda a derecha. Se divide en creciente (incluye constante), estrictamente creciente (no incluye la constante), decreciente (incluye la comstante), estrictamente decreciente (no incluye la constante) y constante.
Intersecciones con los ejes: Donde la función corta a los ejes.
Imágenes y preimágenes: Indicar las imágenes y preimágenes.

Ejemplo:

De acuerdo con la gráfica siguiente:



Determine:

Dominio: $[-2,2]-\{1\}$
Ámbito: $[-1,2]$
Creciente: $[-2,-1[,\ ]0,2]-\{1\}$
Estrictamente creciente: $[-2,-1[,\ ]0,1[$
Decreciente: $]-1,0[,]1,2]$

Estrictamente decreciente: $]-1,0[$
Constante: $]1,2]$
Intersecciones con el eje x: $(-2,0),\left(\frac{-1}{2},0\right),\left(\frac{1}{2},0\right)$
Intersección con el eje y: $(0,-1)$
La imagen de -1 es 1
La preimagen de 2 es $\sqrt{3}$
La imagen de $\sqrt{2}$ es 2
La preimagen de 2 es 2

Dominio máximo

El dominio máximo está formado por todos los números posibles en el conjunto de los reales, dependiendo del criterio.

Caso 1: Función polinomial
El criterio de la función es un polinomio, como por ejemplo: $f(x)=\frac{3-2x}{5}$, $g(x)=3x^2-4x+5$. Por lo que el dominio máximo de un polinomio es $\mathbb{R}$.

Caso 2: Función fraccionaria
El criterio de la función tiene una fracción, como por ejemplo: $f(x)=\frac{4-2x}{x-3}$, $g(x)=\frac{1}{x^2-3x+2}$. Para determinar el dominio máximo se iguala a cero el denominador y se resuelve la **ecuación** resultante.

Ejemplos:

Determine el dominio máximo de $f(x)=\frac{4-2x}{x-3}$

$$x-3=0$$
$$x=3$$

Por lo que el dominio máximo es $\mathbb{R}-\{3\}$

Determine el dominio máximo de $g(x)=\frac{1}{x^2-3x+1}$

$$x^2-3x+2=0$$
$$\Delta=(-3)^2-4\bullet 1\bullet 2$$
$$\Delta=1$$

$$x_1=\frac{--3+\sqrt{1}}{2\bullet 1} \qquad x_2=\frac{--3-\sqrt{1}}{2\bullet 1}$$
$$x_1=2 \qquad x_2=1$$

Por lo que el dominio máximo es $\mathbb{R} - \{1, 2\}$

Caso 3: Función raíz índice 2

El criterio de la función tiene una raíz de índice 2, como por ejemplo: $f(x) = \sqrt{3 - 2x}$, $g(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}$. Para determinar el dominio máximo se realiza la desigualdad mayor o igual a cero a lo que está dentro de la raíz y se resuelve la **inecuación** resultante.

Ejemplos:

Determine el dominio máximo de $f(x) = \sqrt{3 - 2x}$

$$3 - 2x \geq 0$$
$$-2x \geq -3$$
$$x \leq \frac{-3}{-2}$$
$$x \leq \frac{3}{2}$$

Por lo que el dominio máximo es $\left]-\infty, \frac{3}{2}\right]$

Determine el dominio máximo de $g(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}$ (Si la raíz se encuentra en el denominador se realiza la inecuación con $>$)

$$2x - 1 > 0$$
$$2x > 1$$
$$x > \frac{1}{2}$$

Por lo que el dominio máximo es $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$

Caso 4: Función raíz índice 3

El criterio de la función tiene una raíz de índice 3, como por ejemplo: $f(x) = \sqrt[3]{4x - 5}$, $g(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{3-x}}$. Para determinar el dominio máximo si está en el numerados será $\mathbb{R}$, si está en el denominador se iguala a cero a lo que está dentro de la raíz y se resuelve la **ecuación** resultante.

Ejemplos:

Determine el dominio máximo de $f(x) = \sqrt[3]{4x - 5}$, es $\mathbb{R}$.

Determine el dominio máximo de $g(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{3-x}}$

$$3 - x = 0$$

$$-x = -3$$
$$x = \frac{-3}{-1}$$
$$x = 3$$

Por lo que el dominio máximo es $\mathbb{R} - \{3\}$

Composición de funciones

Dadas las funciones fy g, la función compuesta, denotada con $f \circ g$, está definida como la función:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

En otras palabras, se sustituye la función g en la función f.
Ejemplos:

Sean $f(x) = x^2 + 3$; $g(x) = 2x - 1$. Encuentre $(f \circ g)(x)$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$
$$(f \circ g)(x) = (2x - 1)^2 + 3$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x + 1 + 3$$
$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 4x + 4$$

Sean $f(x) = 2 + \sqrt{x - 1}$; $g(x) = (x - 2)^2 + 1$. Encuentre $(g \circ f)(x)$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$
$$(g \circ f)(x) = \left(\left(2 + \sqrt{x - 1}\right) - 2\right)^2 + 1$$
$$(g \circ f)(x) = \left(2 + \sqrt{x - 1} - 2\right)^2 + 1$$
$$(g \circ f)(x) = \left(\sqrt{x - 1}\right)^2 + 1$$
$$(g \circ f)(x) = x - 1 + 1$$
$$(g \circ f)(x) = x$$

Práctica parte 1

1) Sea $f: [-5, +\infty[\to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \frac{x}{3} + 1$. Determine:
   a. Dominio de f
   b. Codominio de f
   c. Ámbito de f
   d. Gráfica

2) Sea $f:]-\infty, 0[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x - 15$. Determine:
   a. Dominio de f
   b. Codominio de f
   c. Ámbito de f
   d. Gráfica

3) Para las siguientes funciones, calcule la imagen de 3 y la(s) preimágen(es) de 12. Además, determine la intersección con los ejes (X y Y)
   a. $f(x) = x^2 - 2x + 4$
   b. $g(x) = \frac{x-3}{4}$
   c. $h(x) = \frac{x}{3} + \frac{1}{5}$

4) Sea f la función definida por $f(x) = \left(\frac{x^2+5x+4}{2}\right)$, calcule:
   a. La imagen de 1 es
   b. $f(2) + f(3)$
   c. $f(1) \cdot f(2) + f(5)$
   d. Las preimágenes de -8
   e. La intersección con los ejes (X y Y)

5) Sea h una función definida por $h(x) = x^2 - 6x + 7$, calcule:
   a. La imagen de 10
   b. La imagen de 7
   c. Las preimágenes de 15
   d. La intersección con los ejes (X y Y)

6) Si $f(x) = \frac{2-x}{x-3}$ entonces, la imagen de -2 corresponde a ____________

7) La gráfica de la función dada por $f(x) = \frac{1}{3} - \frac{x}{2}$ interseca al eje x en el punto ___________

8) La preimagen de 3 en la función $g(x) = 5 + \sqrt{3x}$ corresponde a ___________

9) Sea $f(x) = \sqrt{x-2}$, $g(x) = x^2 + 2$ y $h(x) = 3$. Determine:
   a. $(f \circ g)(x)$

b. $(f \circ h)(x)$
c. $(g \circ g)(x)$

Práctica parte 2

Marque con una x la respuesta correcta:

1. Si g es una función y $g(x) = \frac{1-x}{2}$, la preimagen de -3 corresponde a

A) -7
B) -1
C) 7
D) 2

2. Para la función dada por $f(x) = \frac{4-3x}{2}$, la preimagen de -6 es

A) -7
B) 11
C) $\frac{16}{3}$
D) $\frac{-16}{3}$

3. Para la función dada por $f(x) = \frac{7-3x}{5}$, la preimagen de -2 es

A) 1
B) $\frac{1}{5}$
C) $\frac{13}{5}$
D) $\frac{17}{3}$

4. Si $f(x) = \frac{2-x}{3}$, entonces $f(-1)$ es igual a

A) $\frac{1}{3}$
B) -1
C) 5
D) 1

5. Para la función dada por $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ la imagen de $\frac{-1}{2}$ es

A) 3
B) $\frac{2}{3}$

C) -1
D) $\frac{-2}{3}$

6. Para la función dada por $f(x) = 2x - x^2$, la imagen de -3 es
A) 1
B) 4
C) -3
D) -15

7. Para la función dada por $f(x) = -x^2 - 2x$, la imagen de -3 es
A) -15
B) 15
C) -3
D) 3

8. Para la función dada por $f(x) = -x^2 - x$, la imagen de -2 es
A) -6
B) -2
C) 6
D) 2

9. Para la función dada por $f(x) = 1 - \frac{2-x}{2}$, la imagen de -1 es
A) 6
B) $\frac{1}{2}$
C) -2
D) $\frac{-1}{2}$

10. La imagen de $\frac{1}{4}$ en la función $f(x) = 2^{1-x}$ corresponde a
A) $\sqrt[4]{8}$
B) -3
C) $\frac{3}{4}$
D) 3

11. Si $f: [-4, 1[\rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = 1 - 2x$, entonces el ámbito de f corresponde a
A) $[-1, 9[$

B) $]-1, 9]$
C) $[-7, -1[$
D) $\left]0, \frac{5}{2}\right]$

12. Para la función $f: A \to \mathbb{R}$ con $f(x) = \sqrt{x}$, si el ámbito es $B = \{1, 4, 9\}$ entonces el dominio es
A) $\mathbb{R}$
B) $\{1, 4, 9\}$
C) $\{1, 2, 3\}$
D) $\{1, 16, 81\}$

13. Si g es una función con $g(x) = \sqrt[3]{2x^3 + 1}$ entonces la imagen de -2 es
A) -5
B) $\sqrt[3]{\frac{-9}{2}}$
C) $\sqrt[3]{\frac{-7}{2}}$
D) $\sqrt[3]{-15}$

14. Para la función dada por $f(x) = \frac{3x}{1-3x}$ la imagen de $\frac{-1}{3}$ es
A) 0
B) $\frac{-1}{2}$
C) $\frac{-1}{6}$
D) $\frac{-1}{10}$

15. Para la función dada por $f(x) = 2x - x^2$, la imagen de -3 es
A) 1
B) 4
C) -3
D) -15

16. Para la función dada por $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{3}$ la preimagen de $\frac{1}{2}$ es
A) $\frac{13}{8}$
B) $\frac{5}{4}$
C) 3

D) 0

17. Sea f la función dada por $f(x) = \sqrt{5x-3}$, la preimagen de $\sqrt{2}$ es
A) 1
B) $\frac{1}{5}$
C) $\frac{7}{5}$
D) $\sqrt{5\sqrt{2}-3}$

18. Sea $f(x) = -\sqrt{2x-1}$ con dominio $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$ entonces el ámbito de f es
A) $\mathbb{R}-\{0\}$
B) $]-\infty, 0]$
C) $[0, +\infty[$
D) $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$

19. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{6+x}{3-x}$?
A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R}-\{3\}$
C) $\mathbb{R}-\{-6\}$
D) $\mathbb{R}-\{-6, 3\}$

20. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{4x}{2x-1}$?
A) $\mathbb{R}-\{0\}$
B) $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$
C) $\mathbb{R}-\left\{\frac{-1}{2}\right\}$
D) $\mathbb{R}-\left\{0, \frac{-1}{2}\right\}$

21. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{3x+1}{x^2-4}$?
A) $\mathbb{R}-\{2\}$
B) $\mathbb{R}-\left\{\frac{-1}{3}\right\}$
C) $\mathbb{R}-\{-2, 2\}$
D) $\mathbb{R}-\left\{2, -2, \frac{-1}{3}\right\}$

22. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+x}$?

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R}-\{1,-1\}$
C) $\mathbb{R}-\{0,-1\}$
D) $\mathbb{R}-\{-1,1,0\}$

23. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x^2-x}$?

A) $\mathbb{R}-\{-1\}$
B) $\mathbb{R}-\{1,0\}$
C) $\mathbb{R}-\{1,-1\}$
D) $\mathbb{R}-\{-1,1,0\}$

24. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x)=\frac{x-2}{x^2+2x-3}$?

A) $\mathbb{R}-\{0\}$
B) $\mathbb{R}-\{-1,3\}$
C) $\mathbb{R}-\{-3,1\}$
D) $\mathbb{R}-\left\{\frac{-1}{2},0\right\}$

25. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x)=\frac{3x-1}{2x(x-3)}$?

A) $\mathbb{R}-\{0,3\}$
B) $\mathbb{R}-\{-2,3\}$
C) $\mathbb{R}-\left\{3,0,\frac{1}{3}\right\}$
D) $\mathbb{R}-\left\{-2,\frac{1}{3},3\right\}$

26. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x)=\frac{x-3}{(3-x)(2+x)}$?

A) $\mathbb{R}-\{3\}$
B) $\mathbb{R}-\{2,-3\}$
C) $\mathbb{R}-\{-2,3\}$
D) $\mathbb{R}-\{-3,2,3\}$

27. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2-x}}$?

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R}-\{2\}$
C) $]-\infty,2]$
D) $]-\infty,2[$

28. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{1}{x^2+3} - \frac{x+1}{x-1}$?

A) $\mathbb{R} - \{1\}$
B) $\mathbb{R} - \{1, -1\}$
C) $\mathbb{R} - \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$
D) $\mathbb{R} - \{-\sqrt{3}, 1, \sqrt{3}\}$

29. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \sqrt{3-x}$?

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R} - \{3\}$
C) $]-\infty, 3]$
D) $[3, +\infty[$

30. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{x-1}{2\sqrt{x}}$?

A) $\mathbb{R}^+$
B) $\mathbb{R} - \{1\}$
C) $\mathbb{R} - \{0\}$
D) $\mathbb{R} - \{0, 1\}$

31. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{3x^2-1}{4-x^2}$?

A) $\mathbb{R} - \{2\}$
B) $\mathbb{R} - \{-2,2\}$
C) $\mathbb{R} - \left\{\sqrt{\frac{1}{3}}, 2\right\}$
D) $\mathbb{R} - \left\{-\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{\frac{1}{3}}\right\}$

32. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{3x^2-4x+1}{7x-2-3x^2}$?

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R} - \{1\}$
C) $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}, 2\right\}$
D) $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}, 1, 2\right\}$

33. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$?

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R} - \{1\}$

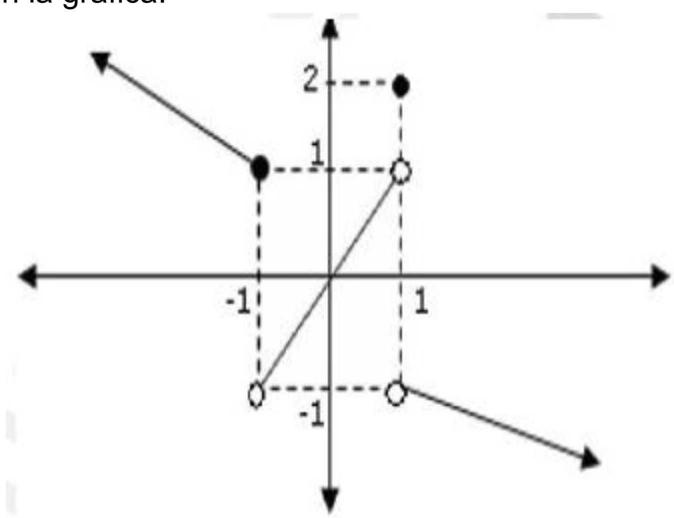
C) $]-\infty, 1[$
D) $]1, +\infty[$

34. ¿Cuál es el dominio máximo de la función dada por $f(x) = \frac{x-2}{x^3-4x}$?
A) $\mathbb{R} - \{0, -2, 2\}$
B) $\mathbb{R} - \{-2, 0\}$
C) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$
D) $\mathbb{R} - \{0, 2\}$

35. Sea $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = 2$, ¿Cuál es el valor de $(f \circ g)(x)$?
A) 2
B) 7
C) 10
D) 13

36. Si $f(x) = 3 - 2x$ y $g(x) = 3x - 1$, halle el valor de $(g \circ f)(2)$
A) 4
B) 5
C) -4
D) -5

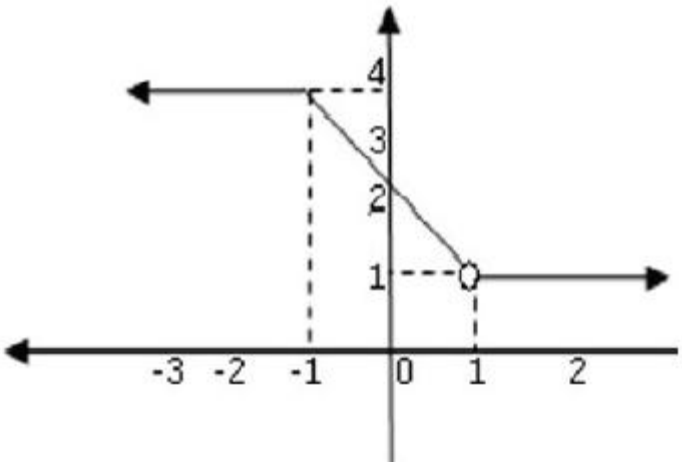
37. De acuerdo con la gráfica:



1 es imagen de:
A) -1
B) 1
C) 0

D) 2

38. De acuerdo con los datos de la gráfica:



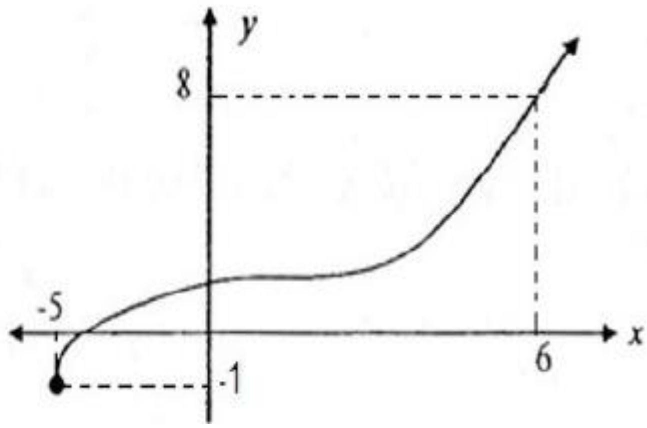
Es verdadero que:

A) 1 es la preimagen de 1
B) -3 es la imagen de 4
C) 3 es la preimagen de 1
D) -1 es la imagen de 3

39. De acuerdo con la gráfica utilizada en el ejercicio (40). -3 es la preimagen de

A) 4
B) -1
C) 0
D) -4

De acuerdo con los datos de la gráfica de la función, conteste los ejercicios (42) y (43):

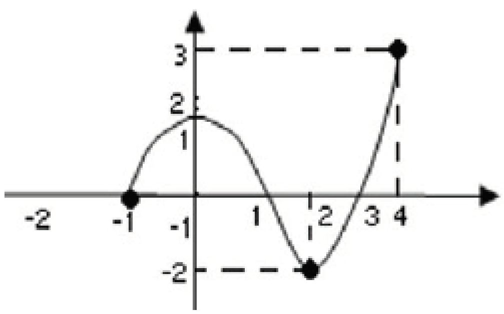


40. El ámbito de f es el conjunto:

A) $[-1, 6]$
B) $[-1, +\infty[$
C) $]-1, 8]$
D) $]-1, +\infty[$

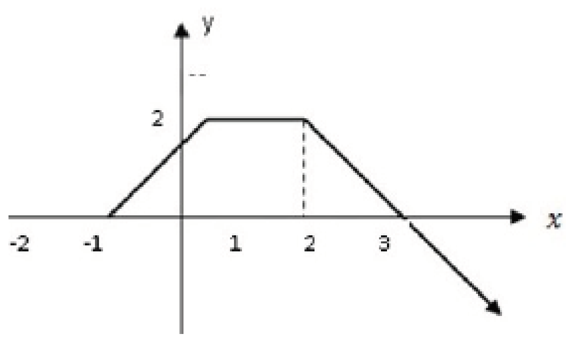
41. La función es creciente en el intervalo:
A) $[-5, 8]$
B) $[-5, +\infty[$
C) $]-5, +\infty[$
D) $]-1, 3]$

42. De acuerdo con los datos de la gráfica:



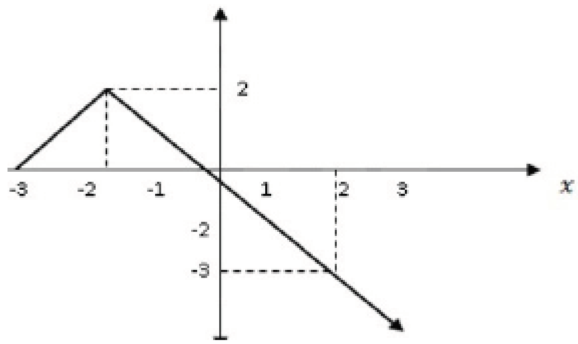
3 es la preimagen de
A) 4
B) 1
C) 0
D) -2

43. El dominio de la función representada en la gráfica corresponde a:
A) $[0, 2]$
B) $[-1, 3]$
C) $]-\infty, 2]$
D) $[-1, +\infty[$



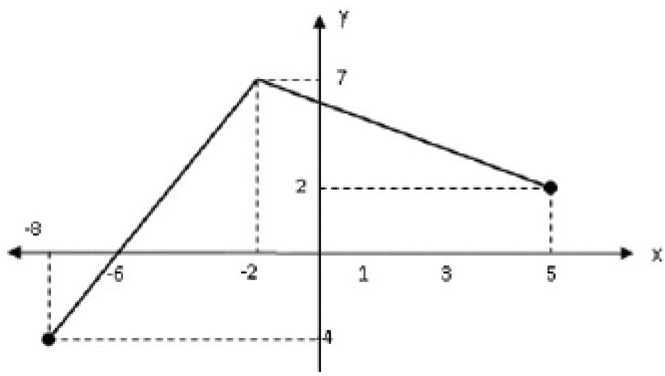
44. De acuerdo con los datos de la gráfica, el dominio de la función f corresponde a

A) $[-3, 2]$
B) $[-3, 1]$
C) $]-\infty, 1]$
D) $[-3, +\infty[$



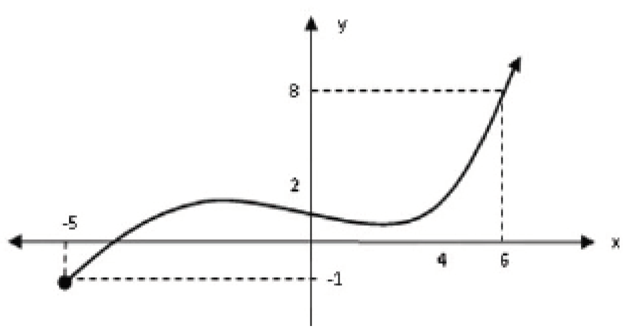
45. De acuerdo con los datos de la gráfica el dominio de la función f es

A) $[-4, 7]$
B) $[-8, 5]$
C) $[-4, 5]$
D) $[-8, 7]$

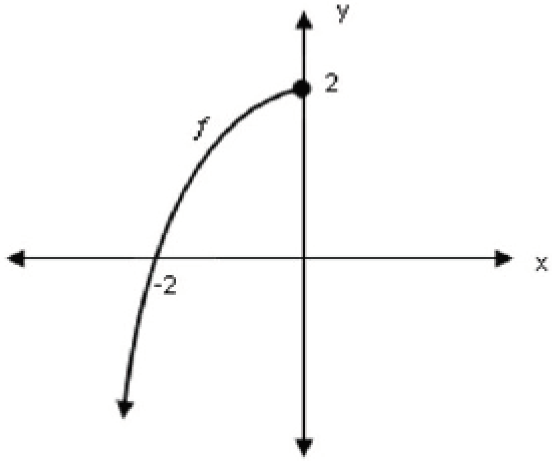


46. De acuerdo con los datos de la gráfica, el dominio de la función f corresponde a

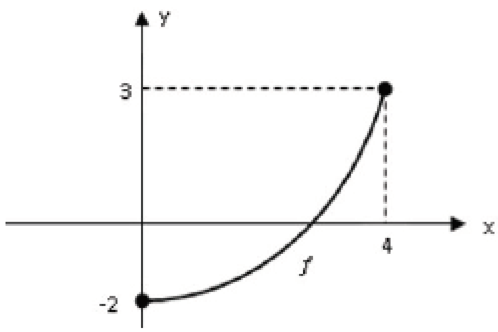
A) $[-5,6]$
B) $]-1, 8]$
C) $[-5, 8]$
D) $[-5, +\infty[$



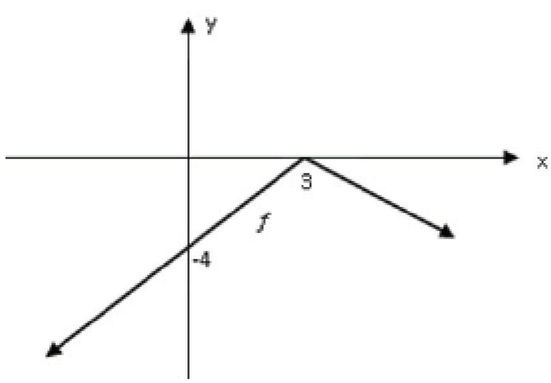
47. De acuerdo con los datos de la gráfica, el dominio f es
A) $]-\infty, 0]$
B) $[-2, 0]$
C) $[-2, 2]$
D) $]-\infty, 2]$



48. De acuerdo con los datos de la gráfica, el dominio de f es
A) $]-\infty, 4]$
B) $[-2, 3]$
C) $]-2, 4]$
D) $[0,4]$

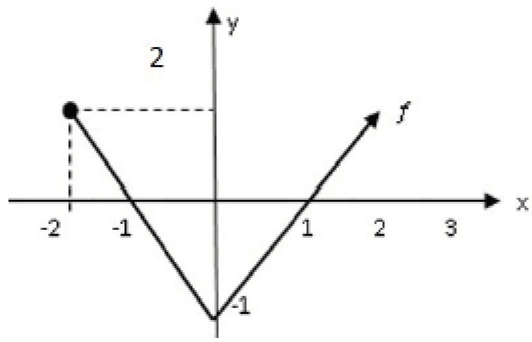


49. De acuerdo con los datos de la gráfica, el ámbito de la función f es
A) $]-\infty, 0]$
B) $[-4, 3]$
C) $[-4, 0]$
D) $]-\infty, 3]$



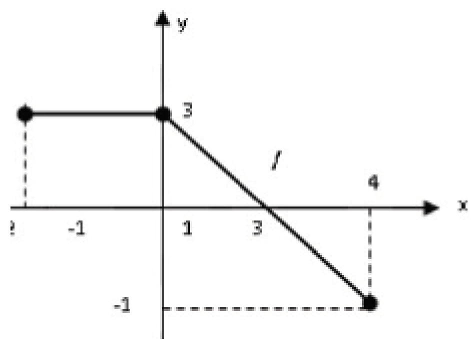
50. De acuerdo con los datos de la gráfica, el ámbito o rango de la función f es

A) $\mathbb{R}$
B) $[-1, 2[$
C) $[-2, +\infty[$
D) $[-1, +\infty[$



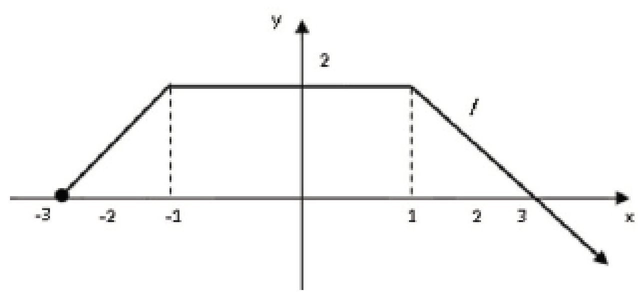
51. De acuerdo con los datos de la gráfica, el ámbito de la función f es

A) $[-2, 3]$
B) $[-1, 3]$
C) $[-2,4]$
D) $[-1,4]$



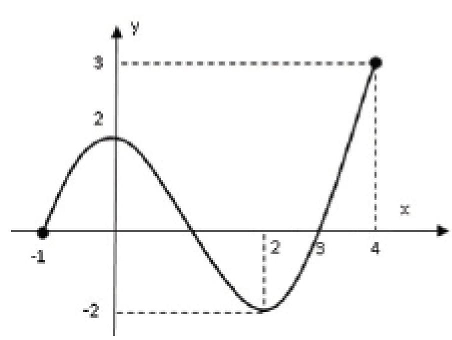
52. De acuerdo con los datos de la gráfica, el ámbito de la función f es

A) $[-3, 3]$
B) $[-3, 2]$
C) $]-\infty, 2]$
D) $[2,3]$



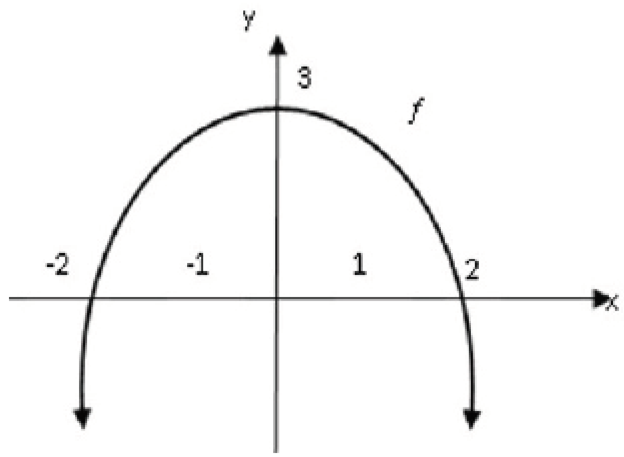
53. De acuerdo con los datos de la gráfica, el ámbito de la función f es

A) $[-1, 4]$
B) $[-2, 3]$
C) $[-2, +\infty[$
D) $[-1, +\infty[$



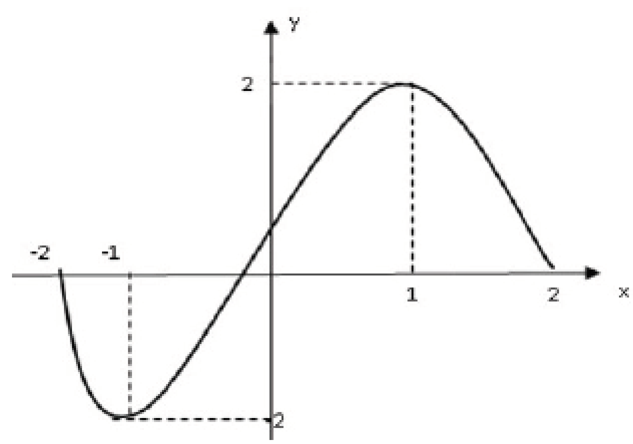
54. De acuerdo con los datos de la gráfica, un intervalo en que la función f es creciente es

A) $]-\infty, 3[$
B) $]0, +\infty[$
C) $]-\infty, 0[$
D) $]3, +\infty[$

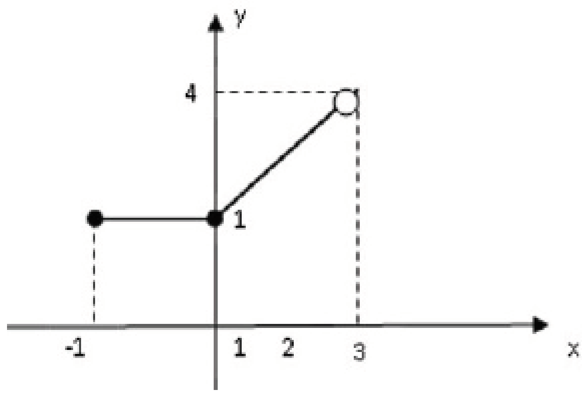


55. De acuerdo con los datos de la gráfica, un intervalo en que la función f es creciente es

A) $]-2, 0[$
B) $]-2, 2[$
C) $]-1, 1[$
D) $]0, 2[$



56. Considere la siguiente gráfica:

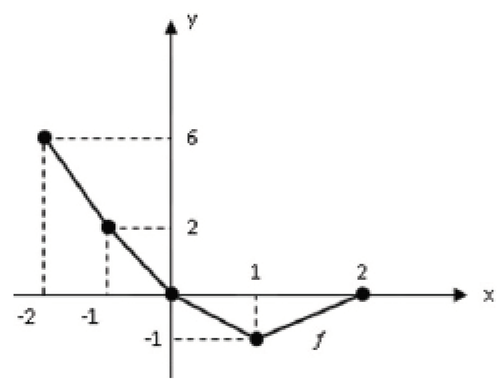


De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, ¿Cuál es el dominio de la función?

A) $[1, 4]$
B) $[-1,3[$
C) $\{1, 2, 3, 4\}$
D) $\{-1, 0, 1, 3, 4\}$

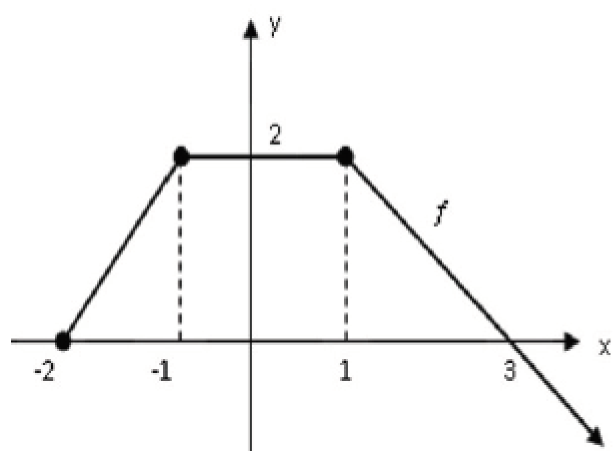
57. De acuerdo con los datos de la gráfica, un intervalo en que la función f es estrictamente decreciente es

A) $]1, 2[$
B) $]0, 2[$
C) $]-2, 1[$
D) $]-1, 6[$



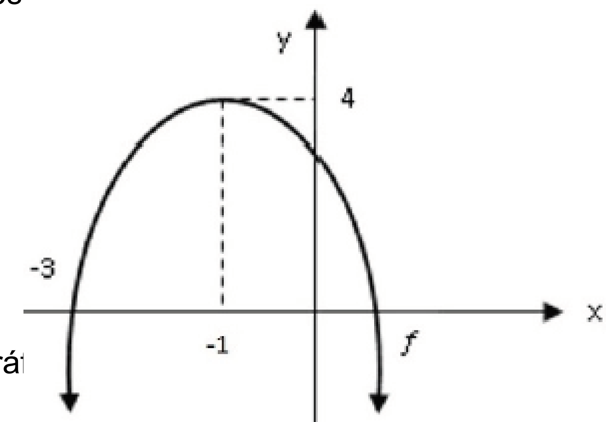
58. De acuerdo con los datos de la gráfica, el dominio de la función f es

A) $[-2, +\infty[$
B) $]-\infty, 2]$
C) $[-2, 3[$
D) $[0,2]$

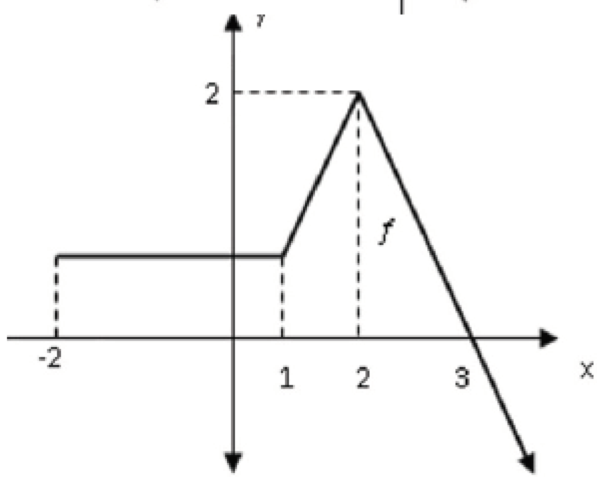


59. De acuerdo con los datos de la gráfica, un intervalo en que la función f es estrictamente creciente es

A) $]-3, 1[$
B) $]-\infty, 4[$
C) $]-\infty, -1[$
D) $]-1, +\infty[$



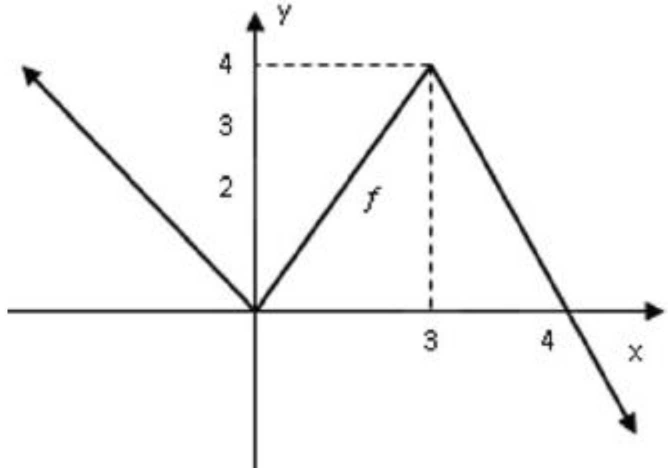
60. Considere la siguiente grá



De acuerdo con los datos de la gráfica, el dominio de la función es

A) $[-2, +\infty[$
B) $]-\infty, 2]$
C) $[-2, 3[$
D) $[0, 2]$

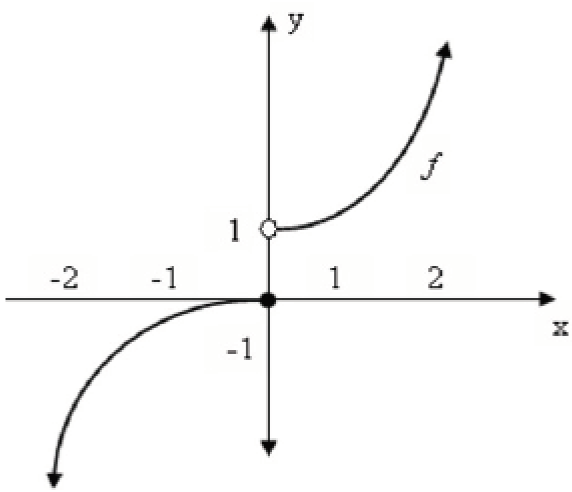
61. La gráfica representa la función f:



De acuerdo con los datos de la gráfica, un intervalo en que la función f es creciente corresponde a

A) $]0,4[$
B) $]0,3[$
C) $]-\infty,0[$
D) $]3,+\infty[$

62. La gráfica representa la función f:

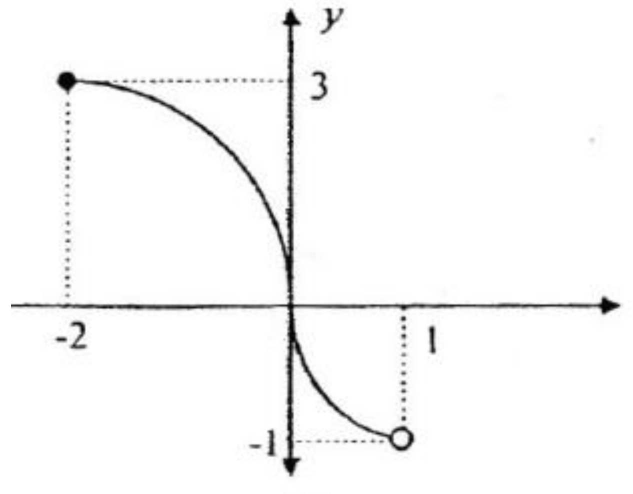


De acuerdo con los datos de la gráfica, el ámbito de la función f es

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R}-\{1\}$
C) $\mathbb{R}-[0,1[$
D) $\mathbb{R}-]0,1]$

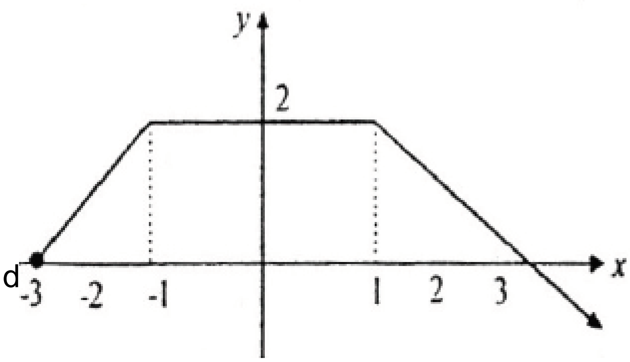
63. De acuerdo con los datos de la gráfica de una función, el dominio de la función f corresponde a

A) $[-2, 1]$
B) $[-2, 1[$
C) $]-1, 3]$
D) $]-1, 3[$

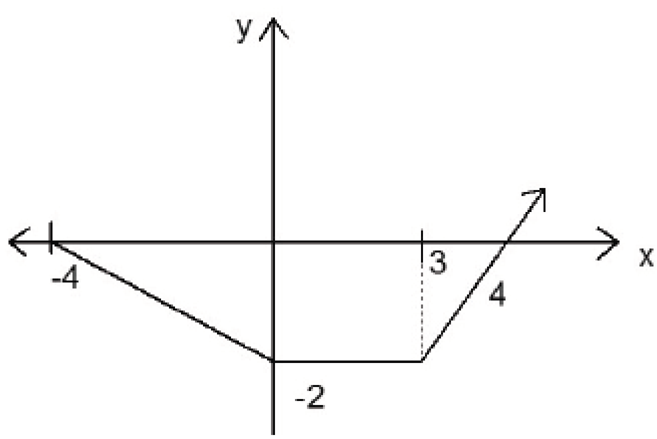


64. De acuerdo con los datos de la gráfica de una función, la imagen de $\frac{3}{4}$ en f corresponde a

A) 2
B) 3
C) -1
D) -3



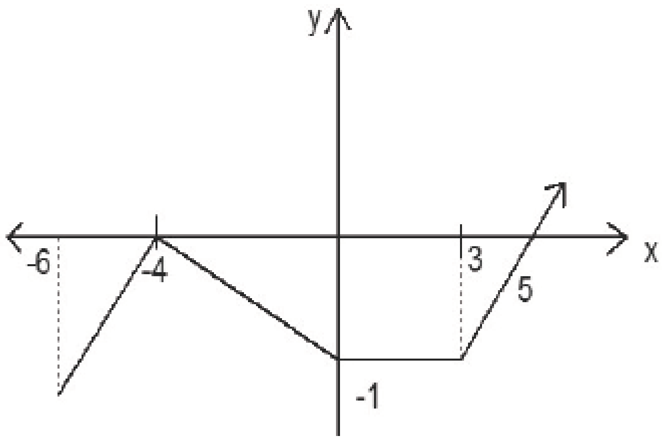
65. De acuerdo con los datos d



El dominio de la función corresponde a

A) $[-2, +\infty[$
B) $[-4, 4]$
C) $[3, +\infty[$
D) $[-4, +\infty[$

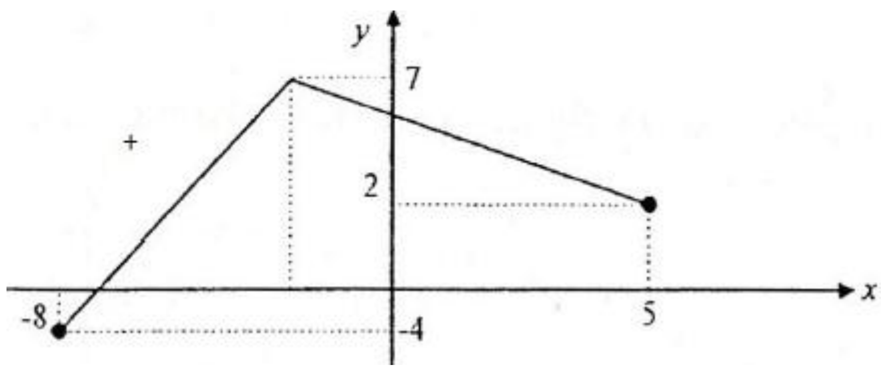
66. De acuerdo con los datos de la gráfica:



La función es estrictamente decreciente en el intervalo

A) $[3, +\infty[$
B) $[-4, -1]$
C) $[-4, 3[$
D) $]-4, 0[$

67. De acuerdo con los datos de la gráfica de la función:

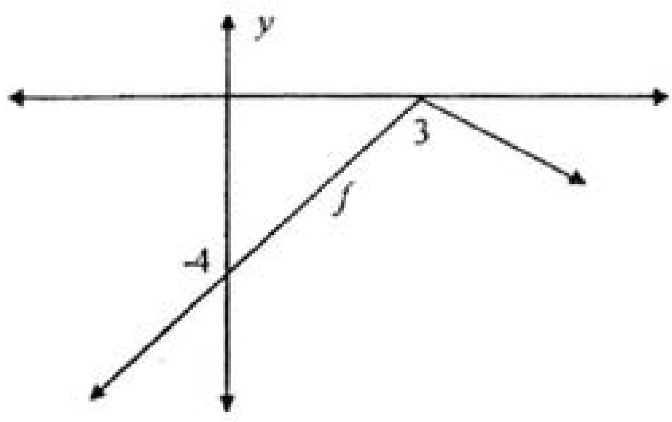


La función es creciente en el intervalo dado por

A) $[-8, 7]$
B) $[-2, 5[$
C) $]-2, 7]$
D) $]-8, -2[$

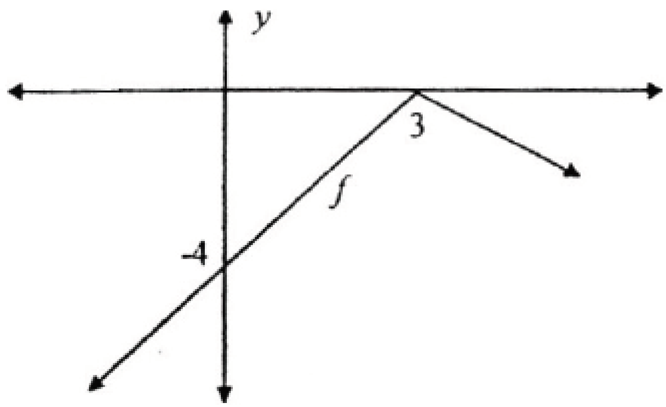
68. De acuerdo con los datos de la gráfica de una función, la función f es decreciente en el siguiente intervalo

A) $[-2, -1]$
B) $[-2, 0]$
C) $]-2, 1]$
D) $]-\infty, 0[$



D) $]-2, 0[$

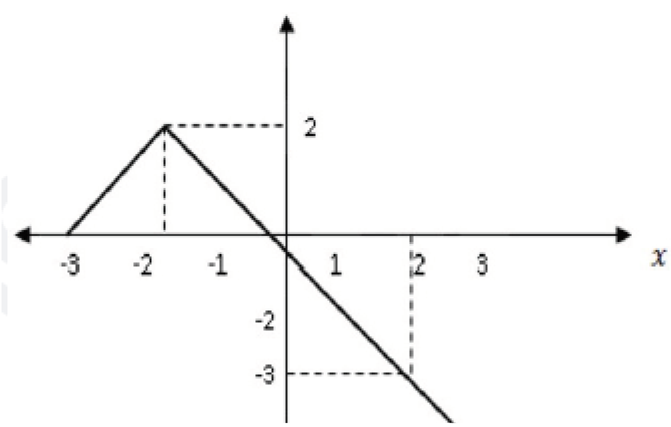
De Acuerdo con los datos de la gráfica de la función f, conteste los ejercicios (70) y (72).



69. El dominio de f es el conjunto
A) $\mathbb{R}$
B) $[-4, 3[$
C) $]-\infty, 3]$
D) $]-\infty, 0[$

70. La función es creciente en el intervalo
A) $\mathbb{R}$
B) $[-4, 3[$
C) $]-\infty, 3]$
D) $]-\infty, 0[$

71. De acuerdo con los datos de la gráfica, el ámbito de la función f corresponde a
A) $[-3, 2]$
B) $[-3, 1]$
C) $]-\infty, 2]$
D) $[-3, +\infty[$



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bartle, G. (1982). *Introducción al análisis matemático*. México: Limusa.

Berry, S., Graham, E. y Watkins, J. (1993). *Learning Mathematics Trhough DERIVE* [Aprendiendo matemáticas con DERIVE]. Ellis Horwood series un Math and its aplicaciones.

Courant, R. y John, F. (1988). *Introducción al cálculo y al análisis matemático* (Vol. 1 y 2). (7° ed). México D.F.: Limusa.

Educarchile (2013). *Función cuadrática*. Recuperado de http://www.educarchile. cl/ech/pro/app/detalle?ID=133244

García, A. (Ed.) (1994). *Prácticas de Matemáticas con DERIVE.* España: Clagsa.

González-Pareja, A. (1995). *Matemáticas con DERIVE en la economía y la empresa.* México: Rama.

Baldor, A. (1997). *Algebra*. San José, Costa Rica. Publicaciones Cultural, S.A.

Sancho y Sancho (2003). *Matemática para Secundaria*. San José, Costa Rica. UCR

Porras, V (2005). *Prácticas para 11°.* 3era. Ed.- San José, Costa Rica: V. Porras N.

Jiménez, R. (2016). *Matemática para bachillerato.* 1ª. Ed.- San José, Costa Rica: Academia de Matemática AMP.

Antología de matemática. Colegio universitario Boston.

APÉNDICES

SOLUCIONES PARTE 1

1) Sea $f: [-5, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \frac{x}{3} + 1$. Determine:
a. Dominio de f $[-5, +\infty[$
b. Codominio de f $\mathbb{R}$
c. Ámbito de f $\left[\frac{-2}{3} + \infty\right[$

2) Sea $f:]-\infty, 0[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x - 15$. Determine:
a. Dominio de f $]-\infty, 0[$
b. Codominio de f $\mathbb{R}$
c. Ámbito de f $]-\infty, -15[$

3) Para las siguientes funciones, calcule la imagen de 3 y la(s) preimágen(es) de 12. Además, determine la intersección con los ejes (X y Y)
a. $f(x) = x^2 - 2x + 4$

La imagen de 3 es 7.

Las preimágenes de 12 son 4 y -2

Intersección con el eje X: no interseca

Intersección con el eje Y: $(0, 4)$

b. $g(x) = \frac{x-3}{4}$

La imagen de 3 es 0.

La preimagen de 12 es 51

Intersección con el eje X: $(3,0)$

Intersección con el eje Y: $\left(0, \frac{-3}{4}\right)$

c. $h(x) = \frac{x}{3} + \frac{1}{5}$

La imagen de 3 es $\frac{6}{5}$.

La preimagen de 12 es $\frac{177}{5}$

Intersección con el eje X: $\left(\frac{-3}{5}, 0\right)$

Intersección con el eje Y: $\left(0, \frac{1}{5}\right)$

4) Sea f la función definida por $f(x) = \left(\frac{x^2+5x+4}{2}\right)$, calcule:

a. La imagen de 1 es 5
b. $f(2) + f(3) = 23$
c. $f(1) \cdot f(2) + f(5) = 72$
d. Las preimágenes de -8 no tiene
e. La intersección con los ejes (X y Y)

Con X $(-1, 0)$ y $(-4, 0)$

Con Y $(0, 2)$

5) Sea h una función definida por $h(x) = x^2 - 6x + 7$, calcule:

a. La imagen de 10 es 47
b. La imagen de 7 es 14
c. Las preimágenes de 15 son $3 + \sqrt{17}$ y $3 - \sqrt{17}$
d. La intersección con los ejes (X y Y)

Con X $\left(3 + \sqrt{2}, 0\right)$ y $\left(3 - \sqrt{2}, 0\right)$

Con Y $(0, 7)$

6) Si $f(x) = \frac{2-x}{x-3}$ entonces, la imagen de -2 corresponde a $\frac{-4}{5}$

7) La gráfica de la función dada por $f(x) = \frac{1}{3} - \frac{x}{2}$ interseca al eje x en el punto $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$

8) La preimagen de 3 en la función $g(x) = 5 + \sqrt{3x}$ corresponde a $\frac{4}{3}$

9) Sea $f(x) = \sqrt{x-2}$, $g(x) = x^2 + 2$ y $h(x) = 3$. Determine:

a. $(f \circ g)(x) = x$
b. $(f \circ h)(x) = 1$
c. $(g \circ g)(x) = x^4 + 4x^2 + 6$

SOLUCIONES PARTE 2

1. C
2. C
3. D
4. D
5. A
6. D
7. C
8. B
9. D
10. A
11. B
12. D
13. D
14. B
15. D
16. A
17. A
18. B
19. B
20. D
21. C
22. C
23. B
24. C
25. A
26. C
27. D
28. A
29. C
30. A
31. B
32. C
33. B
34. A
35. B
36. C
37. A
38. C
39. A
40. B
41. C
42. C
43. D
44. D
45. B
46. D
47. A
48. D
49. A
50. D
51. B
52. C
53. B
54. C
55. C
56. B
57. C
58. A
59. C
60. A
61. B
62. D
63. B
64. A
65. D
66. D
67. D
68. D
69. A
70. C
71. C