NÚMEROS REALES

AUTOR: JIMENA SANABRIA

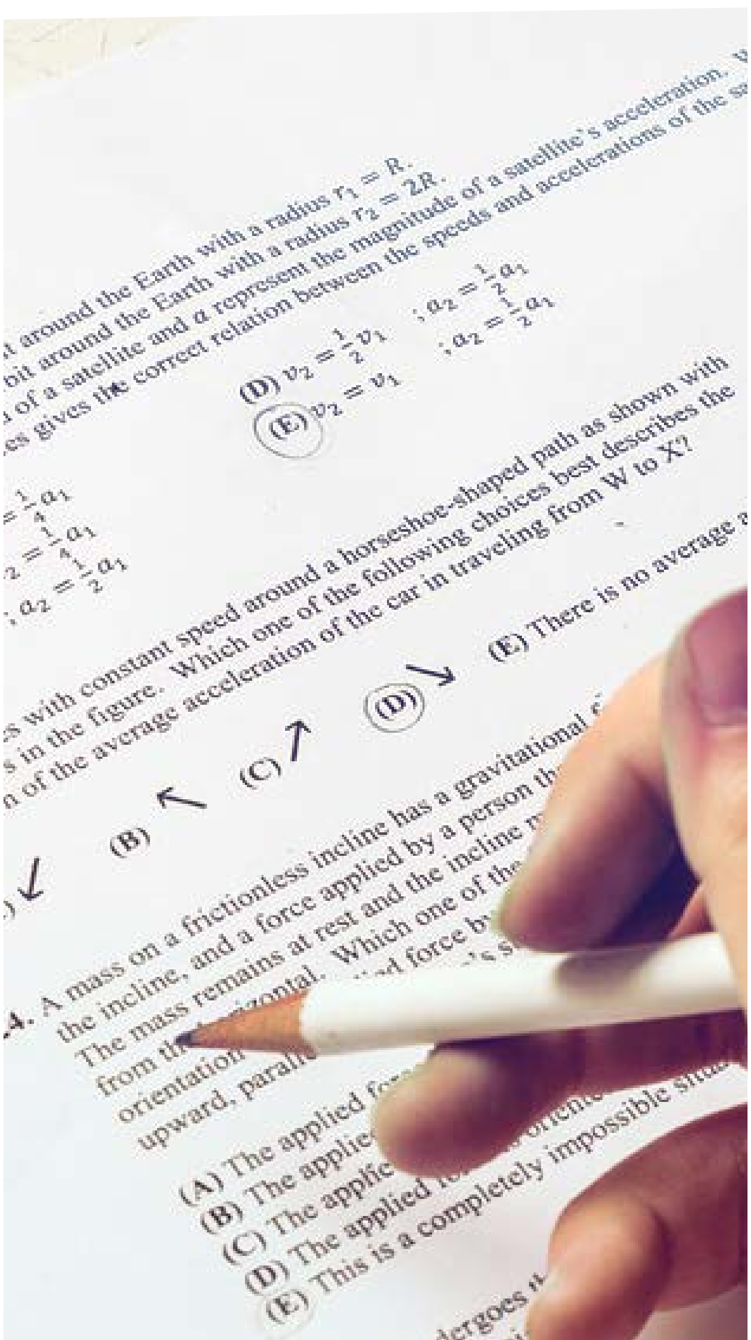
OCTUBRE: 2019

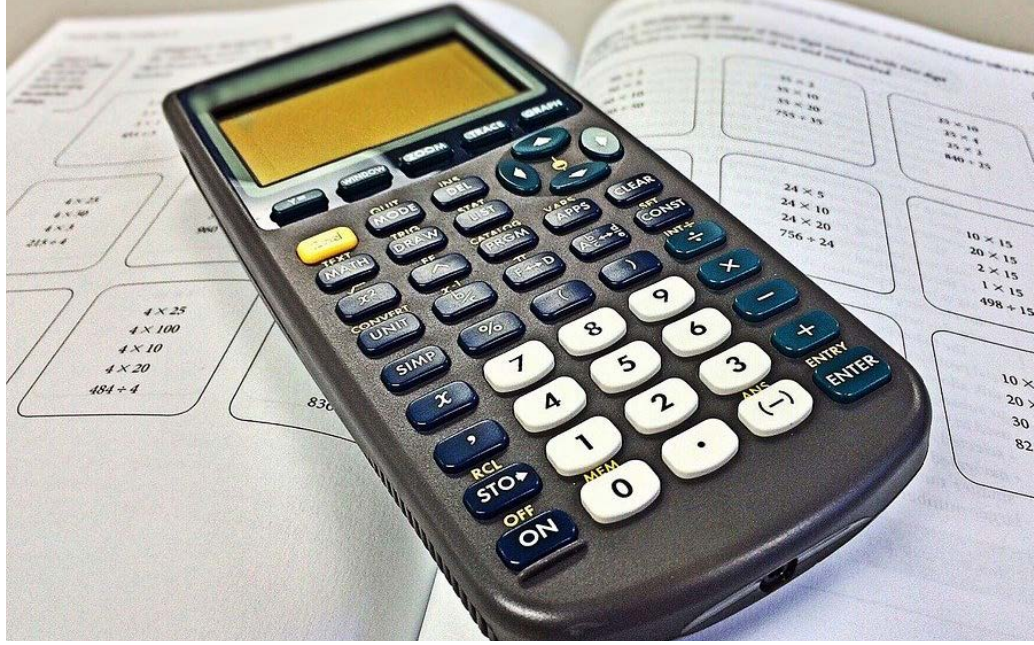
TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN

Esta lectura se ha realizado para lograr la comprensión del **conjunto** de los números y sus **subconjuntos**, se analizará las características de cada subconjunto y del conjunto de los números reales.

Lo que se espera es que se pueda distinguir las distintas características de cada número y a qué conjunto pertenece según dichas características.





PREGUNTA DISPARADORA

¿Cuáles son los tipos de conjuntos numéricos y cómo diferenciarlos?

ABSTRACT O RESUMEN

Se describen los subconjuntos que componen al conjunto de los números reales, naturales, enteros, racionales e irracionales.

Se determinarán las características para comprender cómo clasificar un número en los distintos conjuntos. Se detallan características como el valor absoluto y el opuesto de un número real. Además, se represetan los intervalos reales como subconjuntos de los números reales.

PALABRAS CLAVE

Números reales

Números naturales

Números enteros

Números racionales

Números irracionales

Valor absoluto opuesto de un número

Intervalos reales.

El Conjunto de los Números Reales

El conjunto de los números reales está compuesto por diferentes subconjuntos, que se detallan a continuación:

El conjunto de los números naturales

Los números naturales son lo que se utilizan para contar elementos, objetos, personas, entre otros.

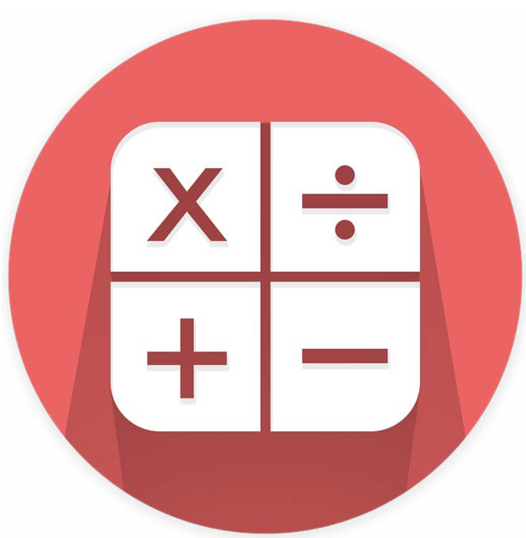
Sus elememtos son son 0, 1, 2, 3, 4,… Se denota con el símbolo $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES TIENE UN PRIMER ELEMENTO, EL CERO, PERO NO TIENE UN ÚLTIMO ELEMENTO. EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES ES INFINITO (NO TIENE FIN).

Nota 1: Las llaves { }, representa un conjunto de números. Los puntos suspensivos (…) representa que el conjunto continúa hasta el infinito.

Este conjunto tiene un primer elemento, el cero, pero no tiene un último elemento. El conjunto de los números naturales es infinito (no tiene fin).



El conjunto de los números enteros

Los números enteros son los que se utilizan para representar situaciones opuestas, como por ejemplo 27ºC para temperaturas cálidas y -5ºC para temperaturas frías.

Sus elementos son los números naturales y sus opuestos $\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$ Se denota con el símbolo $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

$\ldots, -4, -3, -2, -1$	Enteros negativos	$\mathbb{Z}^-$
$1, 2, 3, 4, \ldots$	Enteros postivos	$\mathbb{Z}^+$

Simbólicamente, se puede representar al conjunto de los números enteros así:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS NO TIENE UN PRIMER ELEMENTO NI UN ÚLTIMO ELEMENTO, POR LO QUE ES INFINITO

Nota 2: $\cup$ significa Unión (juntar los conjuntos)

Este conjunto no tiene un primer elemento ni un último elemento, por lo que es infinito.

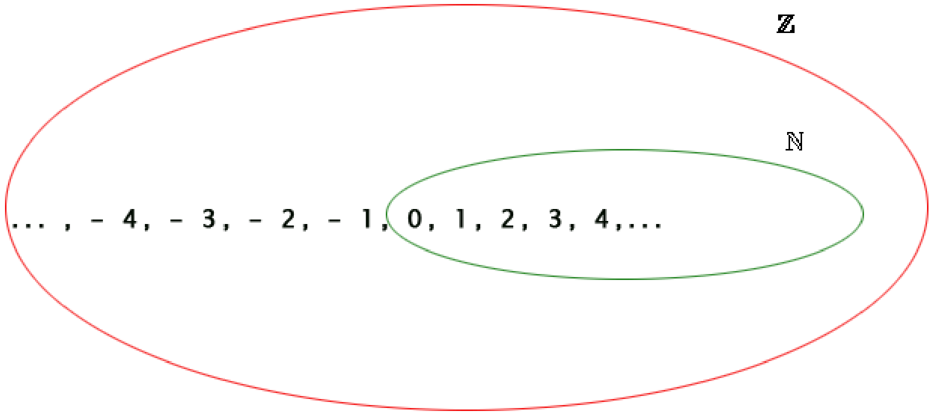
El conjunto de los números naturales está contenido en el conjunto de los números enteros. Los subconjuntos $\mathbb{Z}^-$ y $\mathbb{Z}^+$, están contenidos en el conjunto de los números enteros.

$$\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

Gráficamente:



El conjunto de los números racionales

Si se divide dos números enteros $a \div b$, donde $b \neq 0$, se obtienen los números racionales. Se denota con el símbolo $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$$

Nota 3: El símbolo $\neq$ significa diferente. a representa el numerador y b representa el denominador de una fracción.

Ejemplos:

$$\frac{2}{3}, \frac{-1}{5}, \frac{10}{8}, \frac{0}{11}, \frac{-3}{1}, \ldots$$

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES NO TIENE UN PRIMER ELEMENTO NI UN ÚLTIMO ELEMENTO, POR LO QUE ES INFINITO

Como se puede observar, hay fracciones positivas y fracciones negativas, por lo que:

$\ldots, \frac{-3}{1}, \ldots, \frac{-1}{5}, \ldots$	Racionales negativos	$\mathbb{Q}^-$
$\ldots \frac{2}{3}, \ldots, \frac{10}{8}, \ldots$	Racionales positivos	$\mathbb{Q}^+$

Simbólicamente, se puede representar al conjunto de los números racionales así:

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^{-} \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^{+}$$

Este conjunto no tiene un primer elemento ni un último elemento, por lo que es infinito.

El conjunto de los números naturales está contenido en el conjunto de los números racionales, el conjunto de los números enteros está contenido en el conjunto de los números racionales. Los subconjuntos $\mathbb{Q}^{-}$ y $\mathbb{Q}^{+}$, están contenidos en el conjunto de los números enteros.

$$\mathbb{Q}^{-} \subset \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{Q}^{+} \subset \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Si al dividir a por b se obtiene como residuo final cero, se dice que $\frac{a}{b}$ tiene una expansión decimal finita. También se puede decir que se puede “contar los decimales” (además, no lleva “$\cdots$”).

Ejemplos:

$$2{,}33$$

$$-27{,}03521$$

Si al dividir a por b no es posible obtener como residuo final cero y el cociente se repite, se dice que $\frac{a}{b}$ tiene una expansión decimal periódica infinita (los decimales se repiten hasta el infinito, lleva “$\cdots$”).

Ejemplos:

$$5{,}898989898989 \ldots$$

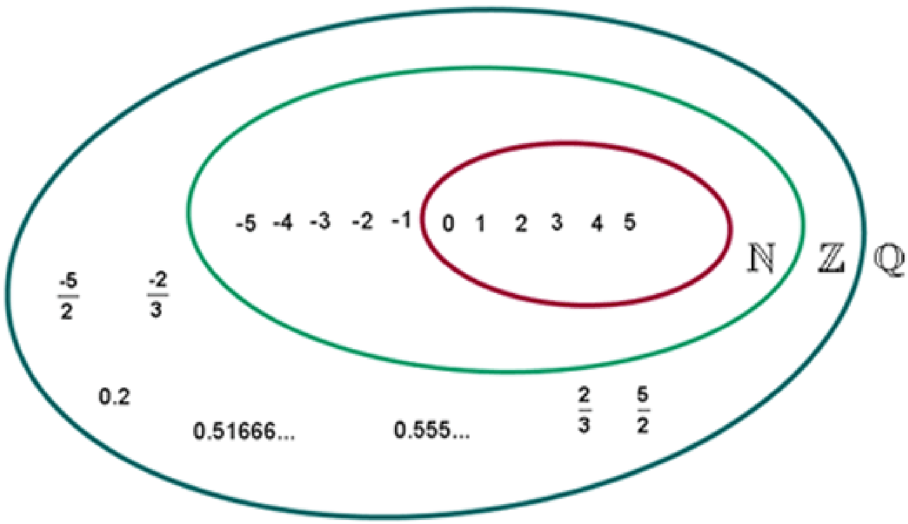
$$-31{,}716666666 \ldots$$

Nota 4: Otra manera de escribir la expansión decimal, es utilizando una línea sobre los decimales que se repiten solamente.

$$5{,}898989898989\ldots = 5{,}\overline{89}$$

$$-31{,}716666666\ldots = -31{,}71\overline{6}$$

Gráficamente:



El conjunto de los números irracionales

Los números que se pueden representar por expansiones decimales infinitos no periódicos (los decimales no se repiten hasta el infinito, lleva "⋯") reciben el nombre de números irracionales y se denota con el símbolo $\mathbb{I}$.

Ejemplos:

$$-4{,}252168164513\ldots$$

$$21{,}5951324931\ldots$$

Algunos de los irracionales pueden ser las raíces no exactas (aquellas raíces donde no se puede eliminar la raíz): $\sqrt{2}$, $-\sqrt{18}$, entre otras.

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS IRRACIONALES NO TIENE UN PRIMER ELEMENTO NI UN ÚLTIMO ELEMENTO, POR LO QUE ES INFINITO

También, existen irracionales especiales, que por su utilidad son famosos y cumplen con la definición de irracional. El número π (pi), el número e (euler) y el número φ (phi), son los irracionales especiales.

$$\pi = 3{,}14159265359\cdots$$

$$e = 2{,}71828182846\cdots$$

$$\varphi = 1{,}61803398874988\cdots$$

Como se puede observar, hay irracionales positivos e irracionales negativos, por lo que:

$-4{,}252168164513\ldots$	Irracionales negativos	$\mathbb{I}^-$
$21,5951324931\ldots$	Irracionales positivos	$\mathbb{I}^+$

Simbólicamente, se puede representar al conjunto de los números irracionales así:

$$\mathbb{I} = \mathbb{I}^- \cup \mathbb{I}^+$$

Este conjunto no tiene un primer elemento ni un último elemento, por lo que es infinito.

Los subconjuntos $\mathbb{I}^-$ y $\mathbb{I}^+$, están contenidos en el conjunto de los números irracionales.

$$\mathbb{I}^- \subset \mathbb{I}$$

$$\mathbb{I}^+ \subset \mathbb{I}$$

El conjunto de los números reales

La unión del conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales, recibe el nombre de conjunto de los números reales, su símbolo es: $\mathbb{R}$.

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$$

Como se puede observar, los números reales están conformados por todos los subconjuntos existentes, que incluye negativos y positivos:

Reales negativos $\mathbb{R}^-$
Reales positivos $\mathbb{R}^+$

Simbólicamente, se puede representar al conjunto de los números reales así:

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

Este conjunto no tiene un primer elemento ni un último elemento, por lo que es infinito.

Los subconjuntos $\mathbb{R}^-$ y $\mathbb{R}^+$, están contenidos en el conjunto de los números irracionales.

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES NO TIENE UN PRIMER ELEMENTO NI UN ÚLTIMO ELEMENTO, POR LO QUE ES INFINITO

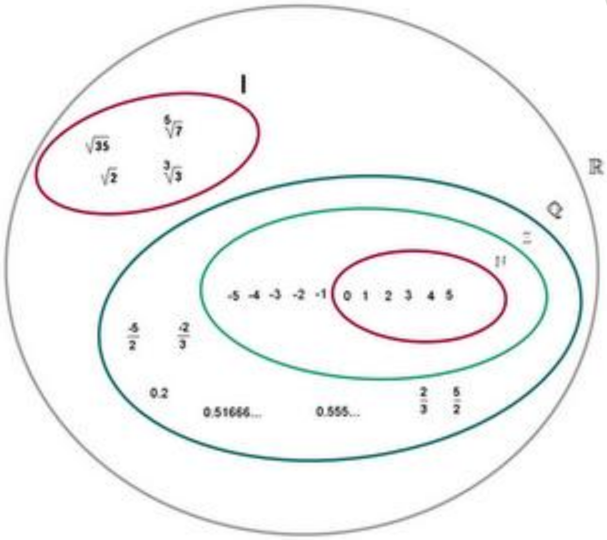
$$\mathbb{R}^- \subset \mathbb{R}$$

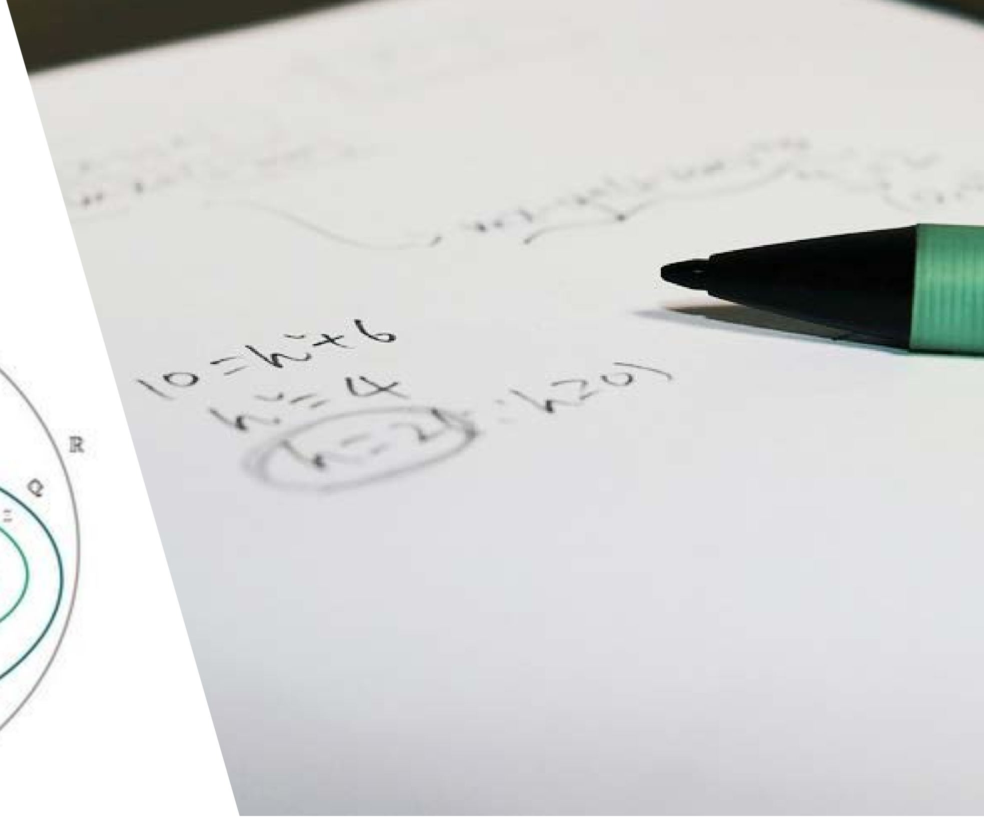
$$\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}$$

Todo número natural es un número real, todo número entero es un número real, todo número racional es un número real y todo número irracional es un número real, es decir, el conjunto de los números naturales es subconjunto del conjunto de los números reales, el conjunto de los números enteros es subconjunto del conjunto de los números reales, el conjunto de los números racionales es subconjunto del conjunto de los números reales y el conjunto de los números irracionales es subconjunto del conjunto de los números reales, así:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$$
$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$$
$$\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$
$$\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$$

Gráficamente:





Nota 5: un número es no real, si éste no existe. Por ejemplo: $\sqrt{-8}$ (Raíces de índice par con subradical negativo) o $\frac{5}{0}$ (fracciones con denominador 0). ∩ significa Intersección (lo que tienen en común los conjuntos). ∅ significa Vacío.

Por la definición de número racional y de número irracional, no es posible que un número sea racional e irracional a la vez, simbólicamente esto es: $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$.

Relación de pertenencia e inclusión

Pertenencia:	$\in$	Pertenece	Comparar número y conjunto
	$\notin$	No pertenece	Comparar número y conjunto
Inclusión:	$\subset$	Es subconjunto	Comparar conjunto y conjunto
	$\not\subset$	No es subconjunto	Comparar conjunto y conjunto

Nota 6: Antes de comparar la pertenencia o inclusión, el número debe estar completamente simplificado.

Ejemplos:

10	$10 \in \mathbb{N}$
	$10 \in \mathbb{Z}^+$
	$10 \in \mathbb{Z}$
	$10 \in \mathbb{Q}^+$
	$10 \in \mathbb{Q}$
	$10 \in \mathbb{R}^+$

	$10 \in \mathbb{R}$

$\frac{-3}{2}$	$\frac{-3}{2} \in \mathbb{Q}^-$
	$\frac{-3}{2} \in \mathbb{Q}$
	$\frac{-3}{2} \in \mathbb{R}^-$
	$\frac{-3}{2} \in \mathbb{R}$

$2{,}10293845\ldots$	$2{,}10293845\ldots \in \mathbb{I}^+$
	$2{,}10293845\ldots \in \mathbb{I}$
	$2{,}10293845\ldots \in \mathbb{R}^+$
	$2{,}10293845\ldots \in \mathbb{R}$

$-0{,}385287593$	$-0{,}385287593\ldots \in \mathbb{I}^-$
	$-0{,}385287593\ldots \in \mathbb{I}$
	$-0{,}385287593\ldots \in \mathbb{R}^-$
	$-0{,}385287593\ldots \in \mathbb{R}$

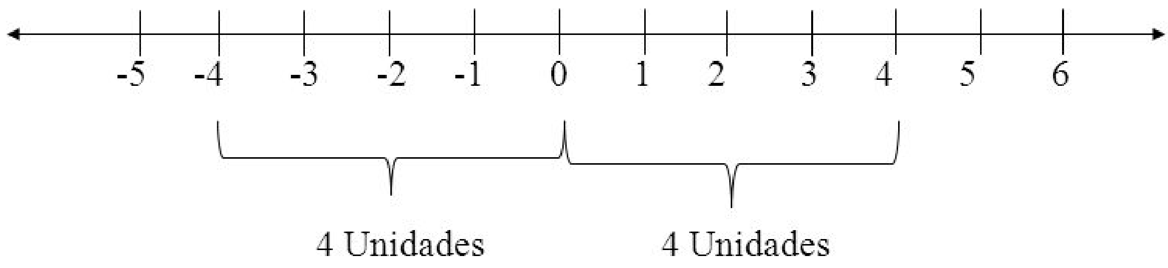
$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} \not\subset \mathbb{Z}^+$
	$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
	$\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$
	$\mathbb{N} \not\subset \mathbb{I}$
	$\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$

$\mathbb{I}$	$\mathbb{I} \not\subset \mathbb{N}$
	$\mathbb{I} \not\subset \mathbb{Z}$
	$\mathbb{I} \not\subset \mathbb{Q}$
	$\mathbb{I} \not\subset \mathbb{I}^+$
	$\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

$\{-3, 25, 45\}$	$\{-3, 25, 45\} \not\subset \mathbb{N}$
	$\{-3, 25, 45\} \subset \mathbb{Z}$
	$\{-3, 25, 45\} \subset \mathbb{Q}$
	$\{-3, 25, 45\} \not\subset \mathbb{I}$
	$\{-3, 25, 45\} \subset \mathbb{R}$

Números reales opuestos

Dos números reales son opuestos, si se encuentran a la misma distancia del cero, pero en direcciones contrarias (tienen el signo contrario).



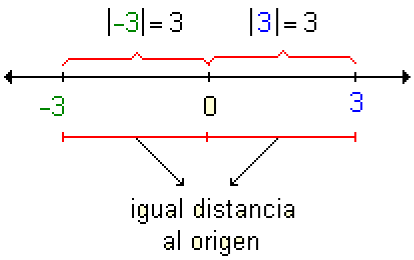
4 y -4 son números reales opuestos.

Ejemplos:
El opuesto de -5 es 5
El opuesto de 1 es -1
El opuesto de -3es 3
El opuesto de -100 es 100

Valor absoluto de los números reales

El valor absoluto de un número real x, es la distancia en la recta numérica entre 0 y x. El valor absoluto de un número real x, denotado por $|x|$, se define por

$$|x| = \begin{cases} x \; si \; x \geq 0 \\ -x \; si \; x < 0 \end{cases}$$



Ejemplos:

Usando la definición de valor absoluto calcule:

$$|-5|$$

Como -5 es menor que 0, entonces $x < 0$, por lo que el valor absoluto sería $-x$, entonces $-(-5) = 5$.
Por lo tanto: $|-5| = 5$

$$|3|$$

Como 3 es mayor que 0, entonces $x \geq 0$, por lo que el valor absoluto sería x.
Por lo tanto: $|3| = 3$

$$|10|$$

Como 10 es mayor que 0, entonces $\mathrm{x} \geq 0$, por lo que el valor absoluto sería x.
Por lo tanto: $|10| = 10$

$$|-2|$$

Como -2 es menor que 0, entonces $x < 0$, por lo que el valor absoluto sería $-x$, entonces $-(-2) = 2$.
Por lo tanto: $|-2| = 2$.

PRÁCTICA 1:

1. Identifique el opuesto aditivo de los siguientes números enteros

Número	Su opuesto
$\mathbf{-12}$	
$\mathbf{-47}$	
$\mathbf{-1}$	
$\mathbf{0}$	
$\mathbf{1542}$	
$\mathbf{1}$	
$\mathbf{415}$	
$\mathbf{-912}$	

[1] Las respuestas se encuentran en los anexos

2. Indique el valor absoluto de los siguientes números enteros

a. $|-8| =$______
b. $|14| =$______
c. $|-16| =$______
d. $|0| =$______
e. $|-1| =$______
f. $|-40| =$______
g. $|1| =$______
h. $|19| =$____

3. Anote en el espacio en blanco, alguno de los símbolos $\in, \notin, \subset$ o $\not\subset$, según corresponda en cada caso.

a. -9____$\mathbb{N}$
b. $\mathbb{N}$____$\mathbb{Z}^+$
c. $\{0\}$____$\mathbb{N}$
d. $\{-1, 0, 2\}$____$\mathbb{Z}$
e. $-|-2|$____$\mathbb{Z}^+$
f. $\mathbb{Z}^-$____$\mathbb{Z}^+$
g. 8____$\mathbb{Z}^+$
h. -4____$\mathbb{Z}$
i. $|-2|$____$\mathbb{N}$
j. $\mathbb{N}$____$\mathbb{Z}$

RECUERDE LA SIMBOLOGÍA:

$\in$: PERTENECE — **SE UTILIZA ENTRE**

$\notin$: NO PERTENECE — **NÚMERO Y CONJUNTO**

4. Clasifique los siguientes números como racionales o irracionales, si están definidos.

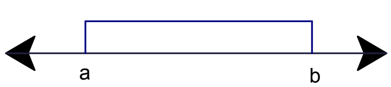
a. $-2{,}12343451 \ldots \in$______
b. $\frac{19}{17} \in$____
c. $0{,}30580238 \ldots \in$____
d. $45 \in$____
e. $\mathrm{e} \in$____
f. $2{,}026 \in$____
g. $2{,}69305761 \ldots \in$____
h. $1{,}2849157 \ldots \in$____
i. $\sqrt[4]{-16} \in$____
j. $\frac{1}{3} \in$____

k. $-2 \in$____
l. $0 \in$____
m. $-101{,}5\overline{37} \in$____
n. $\frac{-2}{5} \in$____
o. $6{,}028525 \ldots \in$____

5. Anote en el espacio en blanco, alguno de los símbolos $\in, \notin, \subset$ o $\not\subset$, según corresponda en cada caso.
   a. 4____$\mathbb{Z}^+$
   b. $\frac{-1}{25}$____$\mathbb{Q}$
   c. $\mathbb{Q}$____$\mathbb{R}$
   d. $-\mathrm{e}$____$\mathbb{I}^-$
   e. $\mathbb{Q}^+$____$\mathbb{Q}$
   f. $\mathbb{N}$____$\mathbb{R}^+$
   g. 0____$\mathbb{I}$
   h. π____$\mathbb{Q}^+$
   i. 2____$\mathbb{Q}^+$
   j. $2{,}153$____$\mathbb{R}$
   k. $\mathbb{Q}$____$\mathbb{I}$
   l. -4____$\mathbb{Z}^-$
   m. $\mathbb{I}$____$\mathbb{I}^+$
   n. $\mathbb{I}^+$____$\mathbb{I}$
   o. $\sqrt[4]{-5}$____$\mathbb{R}^-$
   p. $\mathbb{Z}$____$\{-4, 15, 3\}$
   q. $\mathbb{R}$____$\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Intervalos del Conjunto de los Números Reales

En general, si tenemos los números reales a y b, tales que $a < b$, tenemos un subconjunto de números reales entre ellos.



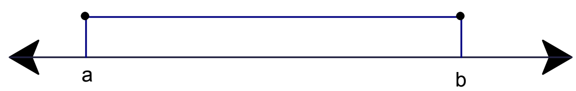
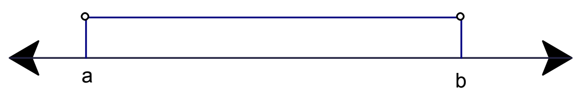
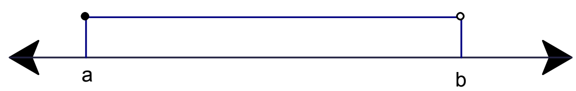
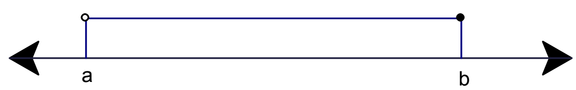
Los números reales a y b, son límites o extremos del subconjunto; y puesto que $a < b$, obtenemos:

a es el límite inferior o extremo inferior, todos los números reales pertenecientes al subconjunto serán mayores o iguales a a.

b es el límite superior o extremo superior, todos los números reales pertenecientes, al subconjunto serán menores o iguales a b.

Estos subconjuntos de números reales, reciben el nombre de Intervalos Reales, recordemos que entre a y b hay infinita cantidad de números reales.

En resumen, si $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, tal que $a < b$, tenemos:

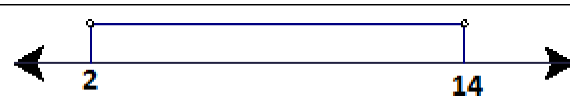
Nombre	Notación por corchete	Notación por comprensión	Representación en la recta
Intervalo cerrado	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x \leq b\}$	
Intervalo abierto	$]a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x < b\}$	
Intervalos semiabiertos	$[a, b[$ $]a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x < b\}$ $\{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x \leq b\}$	 
Intervalos al infinito	$[a, +\infty[$ $]-\infty, a]$ $]a, +\infty[$ $]-\infty, a[$	$\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq a\}$ $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq a\}$ $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x > a\}$ $\{x \in \mathbb{R} / \, x < a\}$	   

Ejemplos:

Intervalo	Notación por comprensión	Gráfica
$\left]\frac{-1}{5}, 2\right]$	$\left\{x \;/\; x \in \mathbb{R}, \frac{-1}{5} < x \leq 2\right\}$	
$]-\infty, \pi]$	$\{x \;/\; x \in \mathbb{R}, x \leq \pi\}$	
$\left]\frac{2}{3}, +\infty\right[$	$\left\{x \;/\; x \in \mathbb{R}, \frac{2}{3} \leq x\right\}$	

PRÁCTICA 2:

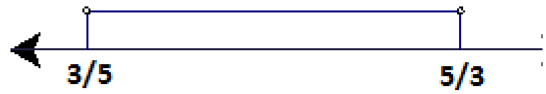
6. Complete la siguiente tabla, según las diferentes notaciones de los intervalos.

Representación de intervalos		
Con corchetes	**Por comprensión**	**En la recta numérica**
	$\{x \;/\; x \in \mathbb{R}, -5 < x < 5\}$	
$[-1, 1]$		
	$\{x \;/\; x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 2e\}$	
$]\sqrt{2}, +\infty[$		
		

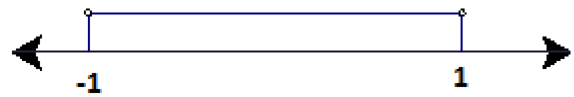
7. Represente los siguientes subconjuntos de $\mathbb{R}$ en notación por comprensión y en la recta numérica:
    a. $]-\infty, 8]$
    b. $\left]\frac{-1}{3}, \sqrt{3}\right[$
    c. $]-\infty, 28[$
    d. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$
    e. $\left[-6, \frac{e}{6}\right]$
    f. $]-6\pi, +\infty[$

8. Escriba, en notación con corchetes y por comprensión, el intervalo correspondiente a la representación en la recta.

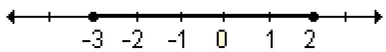
[2] Las respuestas se encuentran en los anexos.

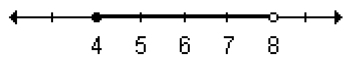
a. 

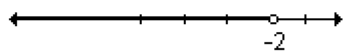
b. 

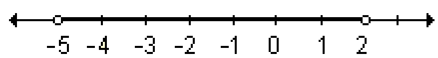
c. 

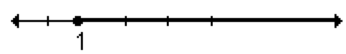
9. Escriba como intervalo y por comprensión los conjuntos definidos sobre la recta real.

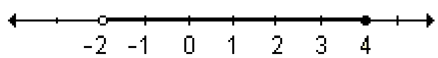
a. 

b. 

c. 

d. 

e. 

f. 

ALGUNAS VECES LA REPRESENTACIÓN DEL INTERVALO ES SOBRE LA MISMA RECTA NUMÉRICA

10. Escriba, como intervalo los siguientes conjuntos de números reales.
   a. $\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, 5 < x < 9\}$
   b. $\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 3\}$
   c. $\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, x < -2\}$
   d. $\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, x > 2\}$
   e. $\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}$

11. Escriba, en notación por comprensión y gráfica los siguientes intervalos de números reales.
   a. $\left]\frac{5}{4}, 3\right[$
   b. $]-\infty, -1]$
   c. $]-7, -2]$
   d. $\left]\frac{4}{3}, +\infty\right[$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acosta, A. (1991). *Matemática I. Contenidos Generales.* Caracas: Publicaciones UNA.

Golovina, L. (1974). *Álgebra lineal y algunas de sus aplicaciones. Moscú: Mir. Kurosch, A. (1950).* Course of higer algebra [Curso de álgebra avanzada]. Moscú: Mir.

Lichnerowicz, A. (1956). *Algebre et analyse lineaires* [Álgebra y análisis lineales]. París: Masson & Cie.

Niewenglowski, B. (1931). *Cours d´Algebre* [Curso de álgebra]. Paris: Armand Colin.

Rojas, J. (1985). *Matemática I. Conjunto de números racionales.* Caracas: UPEL.

Rojas, J. (1986). *Matemática II. Conjunto de números reales.* Caracas: UPEL.

Sadosky, M. (2000). *Cálculo numérico y gráfico*. Buenos Aires: Librería del Colegio.

Salazar, J. (1986). *Matemática Educación Básica 7º grado.* Caracas: ROMOR.

Santaló, L. (1961). *Vectores y tensores con sus aplicaciones*. Buenos Aires: EU-DEBA.

Turnbull, H. (2000). *Teoría de ecuaciones y teoría de números*. Madrid: Dossat.

Universidad Nacional Abierta. (1990). *Matemática I, Conjuntos Numéricos.* Caracas: Publicaciones UNA.

Uspensky, J. (1958). *Teoría de ecuaciones*. Buenos Aires: Centro de estudiantes de Ingeniería “La línea Recta”.

Weber, J. E. (1984). *Matemáticas para Administración y Economía.* México: Harla.
Recuperado de http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=138169

Astorga y Rodríguez (s.f.). *El conjunto de los números Reales*. Revista Digital de Matemática, ITCR. Recuperado de www.cidse.itcr.ac.cr

Aguilar Camacho, A. (2007). *Manual de ejercicios matemáticos: 9º año* – 2ª. ed. – San josé, CR.

Editorial Santillana. (2006). *Jaque Mate 9* - 1 ed. – San José, C.R.

APÉNDICES

SOLUCIONES

1. Identifique el opuesto aditivo de los siguientes números enteros
   a. 12
   b. 47
   c. 1
   d. 0
   e. -1542
   f. -1
   g. 415
   h. 912
2. Indique el valor absoluto de los siguientes números enteros
   a. 8
   b. 14
   c. 16
   d. 0
   e. 1
   f. 40
   g. 1
   h. 19

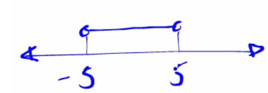
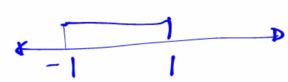
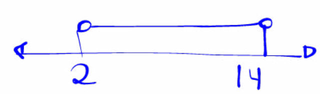
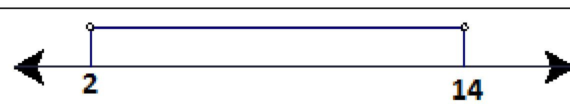
3. Anote en el espacio en blanco, alguno de los símbolos $\in, \notin, \subset$ o $\not\subset$, según corresponda en cada caso.
   a. $\notin$
   b. $\notin$
   c. $\in$
   d. $\in$
   e. $\notin$
   f. $\not\subset$
   g. $\in$
   h. $\in$
   i. $\in$
   j. $\subset$

4. Clasifique los siguientes números como racionales o irracionales, <u>si están definidos.</u>
   a. Irracional
   b. Racional
   c. Irracional
   d. Racional
   e. Irracional
   f. Racional

g. Irracional
h. Irracional
i. No está definido
j. Racional
k. Racional
l. Racional
m. Racional
n. Racional
o. Irracional

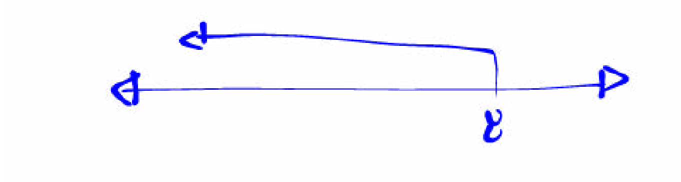
5. Anote en el espacio en blanco, alguno de los símbolos $\in, \notin, \subset$ o $\not\subset$, según corresponda en cada caso.
    a. $\in$
    b. $\in$
    c. $\subset$
    d. $\in$
    e. $\subset$
    f. $\not\subset$
    g. $\notin$
    h. $\notin$
    i. $\in$
    j. $\in$
    k. $\not\subset$
    l. $\in$
    m. $\not\subset$
    n. $\subset$
    o. $\notin$
    p. $\not\subset$
    q. $\subset$

6. Complete la siguiente tabla, según las diferentes notaciones de los intervalos.

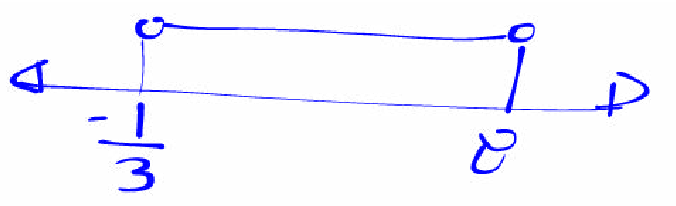
Representación de intervalos		
Con corchetes	**Por comprensión**	**En la recta numérica**
$]-5,5[$	$\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, -5 < x < 5\}$	
$[-1,1]$	$\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 1\}$	
$[0,2e]$	$\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 2e\}$	
$]\sqrt{2},+\infty[$	$\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, \sqrt{2} \leq x\}$	
$]2,14[$	$\{x \,/\, x \in \mathbb{R}, 2 < x < 14\}$	

7. Represente los siguientes subconjuntos de $\mathbb{R}$ en notación por comprensión y en la recta numérica:

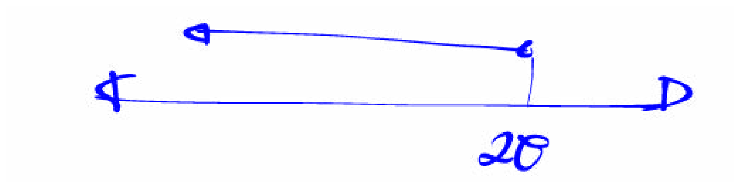
a. $\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, x \leq 8\}$



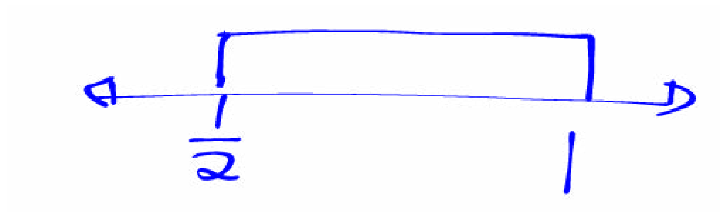
b. $\left\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, \frac{-1}{3} < x < 8\right\}$



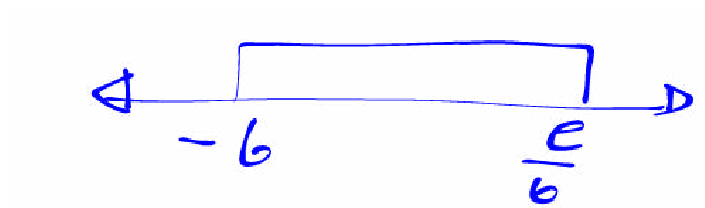
c. $\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, x < 28\}$



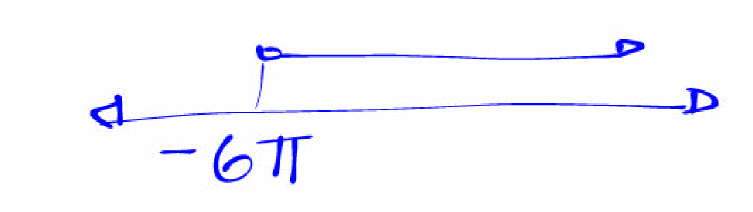
d. $\left\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, \frac{1}{2} \leq x \leq 1\right\}$



e. $\left\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, -6 \leq x \leq \frac{e}{6}\right\}$



f. $\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, -6\pi < x\}$



8. Escriba, en notación con corchetes y por comprensión, el intervalo correspondiente a la representación en la recta.
   a. $\left]\frac{3}{5}, \frac{5}{3}\right[$ y $\left\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, \frac{3}{5} < x < \frac{5}{3}\right\}$
   b. $[0, 9]$ y $\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 9\}$
   c. $]-1, 1[$ y $\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, -1 < x < 1\}$

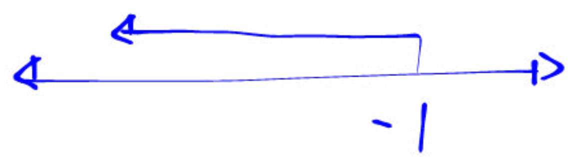
9. Escriba como intervalo y por comprensión los conjuntos definidos sobre la recta real.
   a. $[-3, 2]$ y $\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, -3 \leq x \leq 2\}$
   b. $[4, 8[$ y $\{x \ / \ x \ \in \mathbb{R}, 4 \leq x < 8\}$

c. $]-\infty,-2[$ y $\{x\ /\ x\ \in \mathbb{R}, x < -2\}$
d. $]-5,2[$ y $\{x\ /\ x\ \in \mathbb{R}, -5 < x < 2\}$
e. $[1,+\infty[$ y $\{x\ /\ x\ \in \mathbb{R}, 1 < x\}$
f. $]-2,4]$ y $\{x\ /\ x\ \in \mathbb{R}, -2 < x < 4\}$

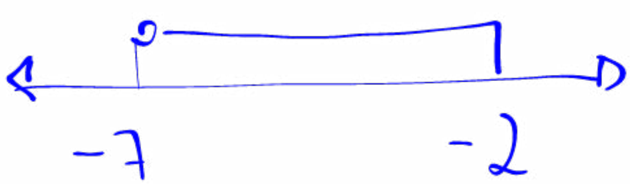
10. Escriba, como intervalo los siguientes conjuntos de números reales.
   a. $]5,9[$
   b. $[-1,3]$
   c. $]-\infty,-2[$
   d. $]2,+\infty[$
   e. $[-1,+\infty[$

11. Escriba, en notación por comprensión y gráfica los siguientes intervalos de números reales.
   a. $\left\{x\ /\ x\ \in \mathbb{R}, \frac{5}{4} < x < 3\right\}$

   b. $\{x\ /\ x\ \in \mathbb{R}, x \leq -1\}$



   c. $\{x\ /\ x\ \in \mathbb{R}, -7 < x \leq -2\}$



   d. $\left\{x\ /\ x\ \in \mathbb{R}, \frac{4}{3} < x\right\}$