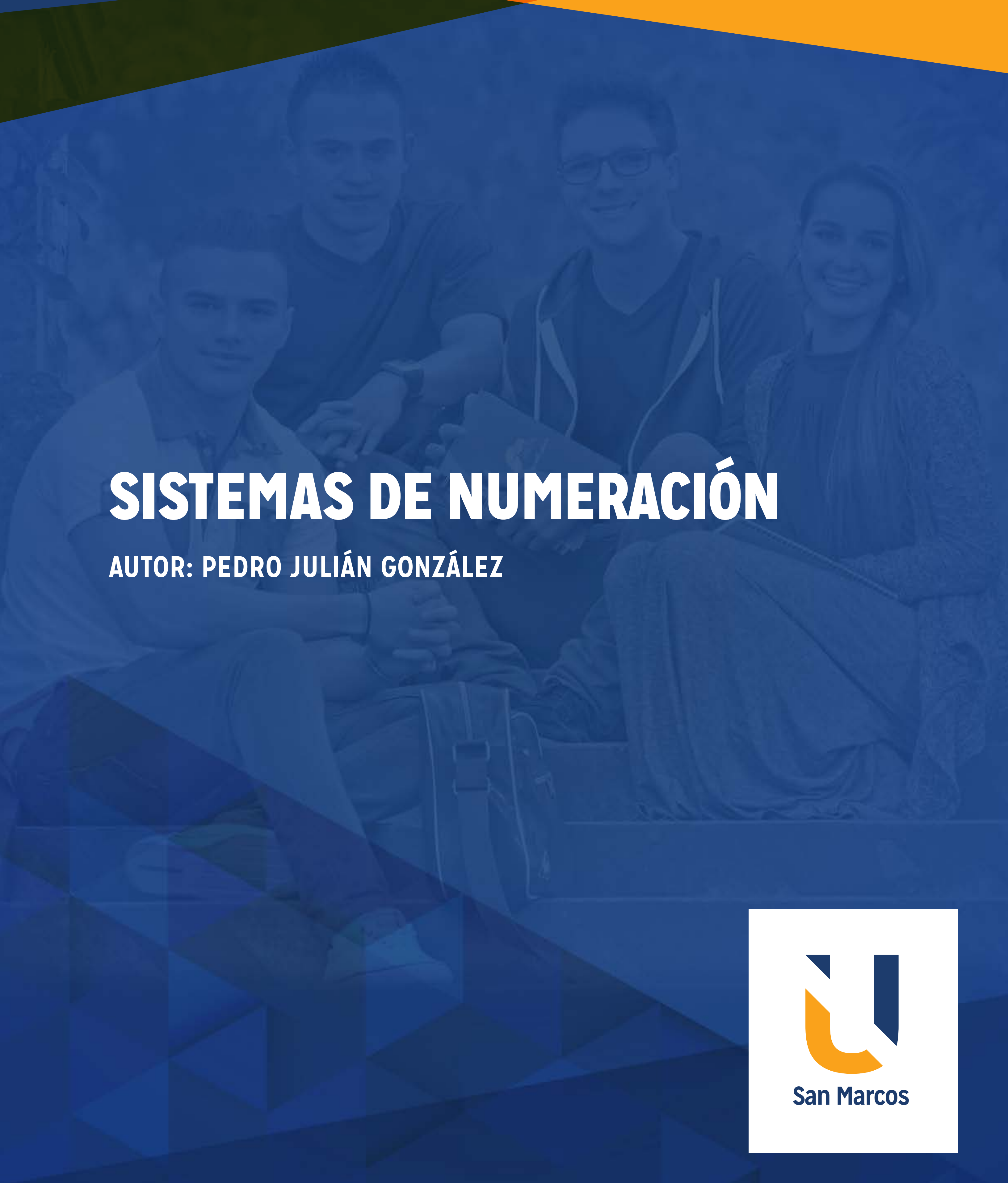

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

AUTOR: PEDRO JULIÁN GONZÁLEZ

San Marcos

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Si bien es cierto, las matemáticas han acompañado al hombre desde sus inicios y le han ayudado a mejorar en su forma de actuar y vivir. Si bien es cierto, la escuela pitagórica fue realmente quien fundó la aritmética de la forma como se ha forjado hasta la actualidad. Los pitagóricos sabían de los números enteros y los utilizaban con frecuencia, atribuyéndoles un significado religioso y hasta filosófico, cada número era la representación de un ente del universo conocido.

Esta escuela conocía las proporciones, las progresiones aritméticas y geométricas, el cuadrado de una resta y de una suma y finalmente se debe a Pitágoras, el descubrimiento del número irracional. Más tarde Platón, quien utilizando la geometría, intenta probar su filosofía e intenta de esta forma justificar todo lo existente alrededor de sí. Esta es sólo una breve descripción de cómo a través de la historia el hombre se ha visto bien acompañado de las matemáticas, quienes le han colaborado a explicar múltiples fenómenos y a generar elementos que hasta entonces parecían poco viables.

Las matemáticas pueden encontrarse en la vida diaria de cualquier persona, a veces de manera poco notable y en otras donde evidentemente se hace uso de ella, al hablar leer o escribir. Ésta ciencia logra proveer al ser humano de grandes herramientas lógicas, analíticas y aritméticas, que en conjunto facilitan el desarrollo cognitivo del mismo en la consecución de un estudio en niveles de primaria, secundaria o universitario.

El conocimiento numérico puede ser derivado del conocimiento gramatical en combinación con la habilidad general para procesar tanto objetos como colecciones de objetos (Bloom, 1994).

Fundamentos de matemáticas cobra gran importancia al interior de los diferentes programas donde el presente curso se oferte, ya que al revisar elementos relacionados con álgebra básica, relaciones y geometría analítica, logrará comprender con mayor facilidad concepciones procedentes de áreas distintas a la estudiada aquí.

Lectura recomendada

A modo de introducción, lo invitamos a realizar la siguiente lectura complementaria sobre los aportes de la matemática.

La matemática como idioma y su importancia en la enseñanza y aprendizaje del cálculo

Elisabeth Ospitaletche y Víctor Martínez

Sistemas de numeración

Se conoce como sistema de numeración al conjunto de reglas y acuerdos que se utilizan para nombrar y escribir los números, empleando la menor cantidad de palabras y símbolos.

Hoy en día, el sistema de numeración utilizado al alrededor del mundo es el denominado decimal. Este sistema se denomina así, por cuanto los órdenes sucesivos de unidades aumentan de 10 en 10. El objetivo principal de un número es poder contar los elementos de un conjunto. La representación de la cantidad de elementos de dicho conjunto, se debe realizar de la forma menos complicada.

El sistema de numeración decimal se caracteriza principalmente por utilizar un conjunto compuesto por diez elementos, estos son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; de igual manera su base es el número 10, esto quiere decir que cada 10 unidades de un orden, corresponde una unidad de orden inmediatamente superior, también cabe decir que el valor relativo de una cifra está dado por el lugar que ocupa (unidades, decenas, centenas, etc.).

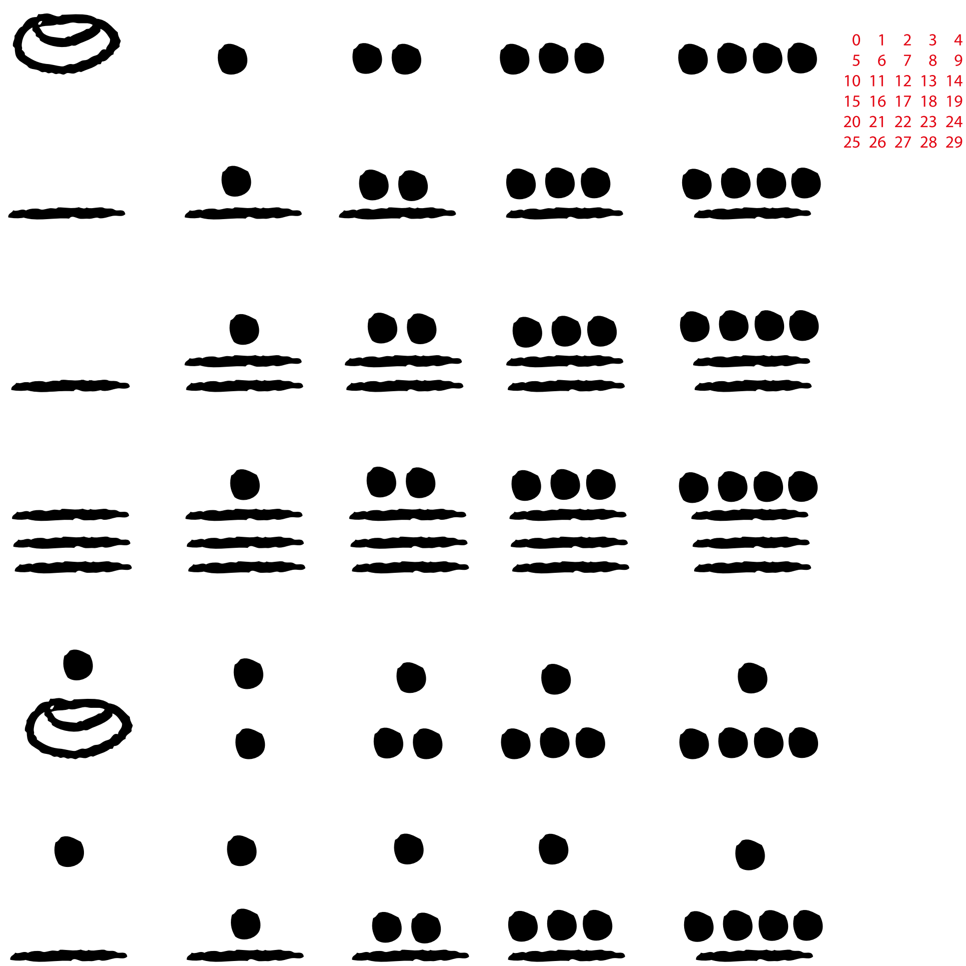

Figura 1. Sistema de numeración Maya
Fuente: Shutterstock/183090998

Los números reales

De forma abstracta, éstos pueden definirse como las soluciones numéricas obtenidas al medir un segmento de recta, de esta manera se puede afirmar que estos representan continuidad. Matemáticamente se entiende como el conjunto formado por la unión de números racionales e irracionales, es decir, los números positivos, negativos, el cero y aquellos que no se pueden expresar a través de fracciones de dos enteros que tengan como denominador números no nulos, a excepción del cero.

Recta

Es una sucesión infinita de puntos, situados en una misma dirección.

Racionales

Es todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero.

Irracionales

Poseen infinitas cifras decimales no periódicas, por tanto no se pueden expresar en forma de fracción.

Pi, es el número irracional más conocido. Se define como la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

Pi = 3.141592653589

Un número real se puede expresar de distintas maneras, por una parte, están los números reales que pueden ser representados con mucha facilidad, ya que no tienen reglas complejas para hacerlo. Estos son los números enteros y los fraccionarios, como por ejemplo, el número 67 que viene a ser un entero, o también el ¾ que hace referencia a un fraccionario, el cual se compone de dos números enteros, en el numerador y en el denominador. Aun así, también existe otra serie de números que pueden ser representados bajo otras reglas matemáticas más complejas como números cuyos decimales son infinitos como el número Pi o y que sirven para realizar cálculos matemáticos, pero no pueden ser representados fácilmente como un símbolo numérico único.

Figura 2. Relación de los conjuntos numéricos
Fuente: Fundamentos de matemáticas, 2005

Lectura recomendada

Para profundizar en este tema lo invitamos a observar la videocápsula y realizar la lectura:

Números reales

Gloria Jarne, Esperanza Minguillón y Trinidad Zabal

Video

¿Cuáles son los números reales?

https://youtu.be/UEUaBm8ZSmM

Números enteros

Son aquellos que pueden ser naturales positivos o negativos y además incluyen al cero. En este conjunto se puede definir una relación, haciendo que los números negativos sean menores, cuanto mayor sea su valor absoluto y a su vez menor que todos los positivos. Así por ejemplo -7 es menor que -1.

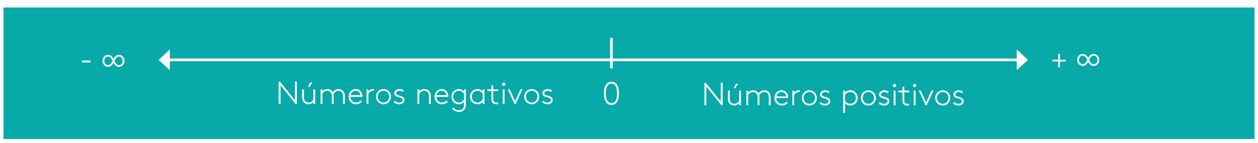

Figura 3. Recta de los números reales
Fuente: Fundamentos de matemáticas, 2005

Los números enteros se representan por el símbolo Z, y hacen referencia a un conjunto bastante amplio de valores. De éstos hacen parte los números naturales los cuales se utilizan para delimitar los elementos que se encuentran al interior de un conjunto; también incluyen al cero, que no es propiamente un número, pero representa la ausencia de cantidad o un conjunto vacío y sin elementos contables.

Dentro de los números enteros también se encuentran los números opuestos de los números naturales. Es decir, que los números enteros sirven para expresar una cantidad contable, la ausencia de cantidad y una cantidad negativa que puede ser una deuda o lo opuesto a la cantidad. De igual manera, los números enteros no incluyen los fraccionarios, es decir, que los decimales o un número racional no integra el mismo conjunto mencionado aquí.

Como conclusión se puede mencionar que el conjunto de números enteros, se utilizan exclusivamente para contar o representar elementos que no pueden ser divididos.

Números naturales

Estos son utilizados, no sólo en el desarrollo de las matemáticas, sino como elementos de uso en la vida diaria del ser humano y datan desde tiempos inmemorables. Sólo fue hasta el siglo XIX, cuando se abordó de una manera sistemática el estudio de dicho conjunto. Uno de sus grandes representantes fue Giuseppe Peano, quien en 1889, enunció cinco axiomas basados en las propiedades más sencillas y conocidas del conjunto de los naturales.

Axiomas

Verdades absolutas que no requieren verificación alguna.

Video

Con el fin de complementar la información anteriormente expuesta, a continuación, lo invitamos a visualizar el video:

Clasificación de números: naturales, enteros, racionales, irracionales, reales, complejos

https://www.youtube.com/watch?v=rtNC7g1h_JA

Instrucción

Con el fin de profundizar en los aprendizajes alcanzados lo invitamos a realizar la actividad de emparejamiento. La encuentra disponible en la plataforma.

Operaciones con los distintos conjuntos de números

A continuación, se describen las operaciones fundamentales que pueden realizarse en cada conjunto de números expuesto anteriormente.

Números naturales

Suma	A+B=C
Multiplicación	A*B=D

Ejemplo

- Dada la ecuación x=B+A

  11=9+2

- Dada la ecuación x=B*A

  18=9*2

Números enteros

1. Suma

Si a, b >0

Sea a + b>0

Ejemplo: 6 + 3 =9

2. Resta

a. Si a,b<0

Entonces: -a + (-b) <0

Ejemplo: -10 + (-3)=-13 <0

b. Si a>0; b<0

Ejemplo 12+ (-4)=8; como se observa 8>0 y a + b > 0

c. Si a>0 ; b<0

Ejemplo: 3+ (-6) = -3; como se observa -3 <0 y a +b < 0

Números racionales

1. Suma

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a*d+b*c}{b*d}$$

Ejemplo:

$$\frac{4}{3}+\frac{6}{2}=\frac{4*2+3*6}{6}=\frac{26}{6}$$

2. Resta

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a*d-b*c}{b*d}$$

Ejemplo:

$$\frac{4}{3}-\frac{6}{7}=\frac{4*7-3*6}{21}=\frac{10}{21}$$

3. Multiplicación

$$\frac{a}{b}*\frac{c}{d}=\frac{a*c}{b*d}$$

Ejemplo:

$$\frac{6}{4}*\frac{5}{2}=\frac{30}{8}$$

4. División

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a*d}{b*c}$$

Ejemplo:

$$\frac{7}{4}\div\frac{6}{2}=\frac{14}{24}$$

La potenciación

Dado un número natural x, se denomina potencia enésima de x, a otro número natural obtenido multiplicando el número x por sí mismo n veces. Esto quiere decir,

$x^n = x*x*x*x*x$--------n veces

En la nomenclatura de la potenciación se logran distinguir dos partes, la base y el exponente, que se escribe a manera de superíndice (tal como lo muestra el ejercicio anterior). El exponente es quien define el número de veces que la base se debe multiplicar por sí misma.

Propiedades

Para facilitar el desarrollo de ejercicios bajo la operación de la potenciación, es necesario tener en cuenta las propiedades que la rigen, a continuación, se describen detalladamente:

Multiplicación o producto de potencias de igual base

Teniendo en cuenta el ejemplo a continuación, se puede deducir que:

$$2^3*2^3*2^3*2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{3*4} = 2^{12}$$

El producto de dos o más potencias de igual base, da como resultado, otra potencia con la misma base, en donde el exponente es la suma o adición de los exponentes iniciales.

Cociente o división de potencias de igual base

Teniendo en cuenta el siguiente ejemplo, se puede deducir que:

$$5^8 \div 5^4 = 5^{8-4} = 5^4 = 625$$

Al dividir dos potencias de igual base, da como resultado otra potencia con la misma base y en donde el exponente se obtiene a partir de la resta de los exponentes iniciales.

Potencia de una potencia

Teniendo en cuenta el siguiente ejemplo, se puede deducir que:

$$(2^3)^5 = 2^{3*5} = 2^{15}$$

La potencia de una potencia, da como resultado, una potencia con la misma base y cuyo exponente final, es el producto de los dos exponentes.

Distributiva respecto a la multiplicación y a la división

Para realizar el producto de dos números elevados a una misma potencia, hay dos opciones viables, en donde el resultado obtenido es el mismo.

La primera opción es, multiplicar ambos números y posteriormente obtener el resultado de dicha potencia.

$$(4*5)^4 = 20^4 = 160000$$

La segunda opción es elevar cada número por separado al exponente en cuestión y después multiplicar los resultados.

$$(4*5)^4 = 4^4 * 5^4 = 256 * 625 = 160000$$

De manera similar se puede proceder, cuando se tiene el cociente de dos números elevados a la misma potencia.

$$(3 \div 2)^4 = 1.5^4 = 5.0625$$

$(3 \div 2)^{4} = 3^4 \div 2^4 = 81 \div 16 = 5.0625$

Nótese que de ambas maneras, se obtiene el mismo resultado.

No distributiva respecto a la suma y a la resta

No es posible realizar una distribución, cuando al interior del paréntesis hay una suma o una resta.

$(6 + 3)^2 \neq 6^2 + 3^2$ la solución correcta es $(6 + 3)^2 = 9^2 = 81$

$(10 - 6)^2 \neq 10^2 - 6^2$ la solución correcta es $(10 - 6)^2 = 4^2 = 16$

Un número elevado a 1 es igual a sí mismo

$a^1 = a$ $\qquad$ $5^1 = 5$

Racionalización

Una manera sencilla de definir la racionalización, es haciendo referencia a la eliminación de raíces en el denominador.

Una idea asociada a la irracionalidad de una expresión es la existencia de raíces que no son reducibles, además de ello, por ejemplo, es costumbre expresar resultados de operaciones de tal manera que no existan expresiones radicales en los denominadores de una fracción. Un ejemplo de ello es el siguiente ejercicio:

- $\dfrac{2}{\sqrt{x}}$

Dado que al multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por una misma cantidad diferente de cero, no se altera el valor de la fracción, se puede elegir a conveniencia la cantidad por la cual multiplicar, en este caso por $\sqrt{x}$.

- $\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}} = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} = \dfrac{2\sqrt{x}}{x}$

Instrucción

Con el fin de profundizar en los aprendizajes alcanzados, lo invitamos a realizar las actividades de repaso 2 y 3 e igualmente los recursos de aprendizaje: organizador gráfico y galería de imágenes. Las cuales, encuentra disponible en la página principal de este eje.

Para finalizar, lo olvide realizar la actividad evaluativa que encuentra en el panel de tareas de la plataforma.

BIBLIOGRAFÍA

Bloom, P. (1994). Generativity within language and other cognitive domains. *Cognition*, *51*(2), 177-189.

Rodríguez, J. (2005). *Fundamentos de matemática*. México, México: Universidad Nacional Autónoma de México.

San Marcos

www.usanmarcos.ac.cr
San José, Costa Rica