

# **ESTADÍSTICA CONCEPTOS Y CARACTERÍSTICAS. SEGUNDA PARTE**

**AUTOR: PABLO VARGAS PEREIRA  
FEBRERO: 2021**



**San Marcos**

## Contenido

Introducción.....	2
Muestras estadísticas.....	3
I. Muestras aleatorias.....	3
II. Muestras no aleatorias.....	9
III. Práctica general.....	10
Fases para una investigación estadística.....	14
I. Dimensión 1: El ciclo de la investigación estadística.....	16
II. Dimensión 2: Tipos de pensamiento.....	17
III. Dimensión 3: El ciclo de la interrogación.....	20
IV. Dimensión 4: Disposiciones.....	22
Referencias bibliográficas.....	28



## Introducción

Las muestras corresponden a una parte fundamental en el desarrollo de una investigación estadística, de cualquier tipo, con esta, se pueden simplificar procesos de recolección de datos, sin dañar las conclusiones del estudio.

Bien escogida la muestra se puede extrapolar el resultado para predecir el comportamiento de la población, sin tener que aplicarle el estudio a todas las personas que comprenden la población.

Con esta lectura, además, se conocerán las fases de un investigación estadística, con respecto a las dimensiones presentadas por Wild y Pfannkuch y que son ampliamente reconocidos por la comunidad estadística internacional.

## Muestras estadísticas

Los métodos que se estudiarán en esta lectura son de vital importancia en cualquier estudio. Es por estos que se puede evitar trabajar con la población haciendo un censo, mas, su utilización requiere de cuidados especiales, para que la selección que se realiza sea representativa y se pueda, en algunos casos extrapolar los resultados.

De acuerdo con Otzen, Manterola (2017) una muestra puede ser obtenida de dos tipos: aleatoria (también conocida como probabilística) y no aleatoria (también conocida como no probabilística). "Las técnicas de muestreo probabilísticas, permiten conocer la probabilidad que cada individuo en estudio tiene de ser incluido en la muestra a través de una selección al azar. En cambio, en las técnicas de muestreo de tipo no probabilísticas, la selección de los sujetos en estudio dependerá de ciertas características, criterios" (Otzen, Manterola, 2017, p. 2)

### I. Muestras aleatorias

#### 1. Aleatorio simple

Con este tipo de muestreo se garantiza que todos los individuos que componen la población meta o la población en estudio, tengan la misma oportunidad de ser incluidos en la muestra. (Otzen, Manterola, 2017).

En otras palabras, se puede expresar que si un sujeto *A* está dentro de la población, tiene un  $x\%$  de probabilidad, al igual que otro sujeto *B* dentro de la misma población. Para asegurar que esta escogencia no esté sesgada por la subjetividad del investigador, se recomiendan las siguientes técnicas:

- Utilizar listas numeradas y elegir números al azar.
- Utilizar un generador de números aleatorios.
- Solicitar que una persona externa a la población realice una escogencia aleatoria.

Ejemplo:

Se desea realizar un estudio, en trabajo social, para determinar si los estudiantes que reciben beca, la están utilizando de forma correcta. Para ello, la investigadora solicita a la secretaria del departamento que enumere la lista de todos los estudiantes. AL recibir la lista visualiza a 3500 estudiantes con beca, por lo que, utilizando Excel y la fórmula `=ALEATORIO.ENTRE(0,3500)` logra seleccionar los estudiantes necesarios para su estudio. De esta forma no tuvo que ver en la escogencia de estos, y todos tenían la misma probabilidad de ser electos.

La función de Excel **ALEATORIO.ENTRE (N1; N2)** sirve para elegir un número aleatorio, determinado entre dos números que se colocan como argumento de la función.

## 2. Aleatorio estratificado

Este tipo de muestreo corresponde a la elaboración de subgrupos dentro de la población de estudio, Otzen, Manterola (2017) "definen como estrato a los subgrupos de unidades de análisis que difieren en las características que van a ser analizadas."(p. 3)

De acuerdo con Otzen, Manterola (2017) estratificación o formación de grupos, se basa en la categorización en variables como edad, sexo, nivel socioeconómico, entre otras.

Suponga que se tiene una población de tamaño  $P$  y se divide en  $k$  subpoblaciones, todas con respecto a diferentes variables de estudio. Estas subpoblaciones se nombrarán como  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$ . En cada una de de estas subpoblaciones se realiza un aleatorio simple, para definir la muestra final.

Otzen, Manterola (2017) enumeran, además, cuantos elementos de la muestra se han de seleccionar de cada uno de los estratos; para lo cual se dispone de las siguientes opciones:

- Asignación proporcional

El tamaño de la muestra de cada estrato es proporcional al tamaño del estrato que le dio origen, respecto a la población total.

Si el tamaño de una población  $P$  y se escogen  $M$  individuos para un estudio. Aplicando el muestreo aleatorio estratificado, se divide a la población en  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$  subpoblaciones, de manera que  $P_1$  tiene un tamaño  $n_1$ ,  $P_2$  tiene un tamaño  $n_2$  y así sucesivamente. Entonces, se cumple:

$$\frac{M}{P} = \frac{P_1}{n_1} = \frac{P_2}{n_2} = \dots = \frac{P_k}{n_k}$$

Luego, de realizar los despejes necesarios se puede determinar el valor de  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$ , y de ellos se toma el valor de la parte entera (el número antes de la coma decimal) para que de esta forma se pueda seleccionar el número de individuos por cada una de las subpoblaciones.

- Asignación óptima

El tamaño de la muestra de cada estrato, son definidos por quien hace el muestreo.

### Ejemplo de aplicación del método aleatorio estratificado.

Se desea tomar una muestra aleatoria estratificada de las personas mayores de edad

de un municipio, cuyos estratos son los siguientes intervalos de edades, en años: de 18 a 30, de 31 a 45, de 46 a 60 y mayores de 60. En el primer intervalo hay 7500 personas, en el segundo hay 8400, en el tercero 5700 y en el cuarto 3000. Calcule el tamaño de la muestra total y su composición, sabiendo que el muestreo se hace con afijación proporcional y se han elegido al azar 375 personas del primer estrato.

**Solución:**

1. Datos del enunciado:

	18 a 30	31 a 45	45 a 60	> 60	Total
<i>Población</i>	7500	8400	5700	3000	
<i>Muestra</i>	375				

2. Calculamos el total de la población:

$$7500 + 8400 + 5700 + 3000 = 24600$$

3. Asignamos incógnitas a los valores desconocidos:

	18 a 30	31 a 45	45 a 60	> 60	Total
<i>Población</i>	7500	8400	5700	3000	25600
<i>Muestra</i>	375	$x$	$y$	$z$	

4. Ahora montamos la proporción y calculamos:

$$\frac{7500}{375} = \frac{8400}{x} = \frac{5700}{y} = \frac{3000}{z}$$

5. De la proporción  $\frac{7500}{375} = \frac{8400}{x}$  obtenemos el valor de “x” utilizando la regla de tres

$$X = \frac{375 \cdot 8400}{7500} = 420$$

6. De la misma forma calculamos los demás

De la proporción  $\frac{7500}{375} = \frac{5700}{y}$  obtenemos el valor de “y”

$$Y = \frac{375 \cdot 5700}{7500} = 285$$

7. De la proporción  $\frac{7500}{375} = \frac{3000}{z}$  obtenemos el valor de “z”



$$Z = \frac{375 \cdot 3000}{7500} = 150$$

8. Ya se puede completar la tabla

	18 a 30	31 a 45	45 a 60	> 60	Total
Población	7500	8400	5700	3000	24600
Muestra	375	420	285	150	1230

### Ejercicio

Con base en la solución del ejemplo anterior, realice el siguiente ejercicio.

En un pueblo habitan 700 hombres adultos, 800 mujeres adultas y 500 menores. De él se quiere seleccionar una muestra de 80 personas, utilizando, para ello, muestreo estratificado con afijación proporcional. ¿Cuál será la composición que debe tener dicha muestra?

### Solución:

	Hombres	Mujeres	Niños	Total
Población	700	800	500	2000
Muestra	$x$	$y$	$z$	80

1. Expresamos la proporcionalidad

$$\frac{700}{x} = \frac{2000}{y} = \frac{500}{z} = \frac{2000}{80}$$

2. Para calcular cualquiera de las incógnitas, buscamos una proporción donde se conozca 3 de los 4 datos:

$$\frac{700}{x} = \frac{2000}{80} \rightarrow x = \frac{700 \cdot 80}{2000} = 28$$

$$\frac{800}{y} = \frac{2000}{80} \rightarrow y = \frac{800 \cdot 80}{2000} = 32$$

$$\frac{500}{z} = \frac{2000}{80} \rightarrow z = \frac{500 \cdot 80}{2000} = 20$$

Por tanto, en la muestra se tomarían 28 hombres, 32 mujeres y 20 niños.

### 3. Aleatorio sistemático

"Cuando el criterio de distribución de los sujetos de estudio en una serie es tal, que

los más similares tienden a estar más cercanos. Este tipo de muestreo suele ser más preciso que el aleatorio simple, debido a que recorre la población de forma más uniforme." (Otzen, Manterola, 2017, p. 3)

En este sistema se utiliza un coeficiente de elevación o coeficiente de partición el cual corresponde a el cociente<sup>1</sup> entre el total de población y el número de personas elegidas para el estudio. Esto determinará a cada cuánto se debe partir la población. Luego, se toma un número aleatorio y así se determinan cuáles serán los individuos dentro del estudio.

Por ejemplo, si se tiene un estudio con una población de 300 personas numeradas del 1 al 300 y se desean seleccionar 35 de ellas de forma sistemática.

$$\frac{300}{35} = 8$$

Esto significa que se dividirá a la población en intervalos de 8. Ahora, se elegirá de forma aleatoria simple un número entre 1 y 8. Suponga que fue 6, por lo que los números de las personas que se elegirán son: 6, 14 (8+6), 22 (16+6), 30 (24+6), ..., 286 (280+6).

#### 4. Por conglomerado

De acuerdo con Otzen, Manterola (2017) realizar un muestreo aleatorio por conglomerado:

Consiste en elegir de forma aleatoria ciertos barrios o conglomerados dentro de una región, ciudad, comuna, etc., para luego elegir unidades más pequeñas como cuadras, calles, etc. y finalmente otras más pequeñas, como escuelas, consultorios, hogares; una vez elegido esta unidad, se aplica el instrumento de medición a todos sus integrantes.  
(p. 3)

Por ejemplo si se desea realizar un estudio aplicando una encuesta en habitantes de una localidad; si se utiliza el muestreo aleatorio simple, se torna más complicado ya que estudiar una muestra de tamaño cierto tamaño, supone enviar encuestadores a todos esos puntos diferentes de la misma para asegurar que en cada uno de estos sea aplicada la encuesta. Sin embargo, con el muestreo por conglomerado es más económico y eficiente pues los sujetos de estudio se encuentran incluidos en lugares físicos o geográficos (conglomerados).

---

<sup>1</sup> Cociente: resultado entero de una división. Es decir, sin decimales.

Se presenta una tabla que resume las características de los tipos de muestreo abordados anteriormente, con sus ventajas y desventajas, de acuerdo con Otzen, Manterola (2017).

Tipo	Características	Ventajas	Desventajas
<b>Aleatorio simple</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Selección de una muestra de tamaño “n”, a partir de una población de “N” unidades.</li> <li>• Cada elemento tiene la misma probabilidad de inclusión (n/N).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sencillo y de fácil comprensión.</li> <li>• Cálculo rápido de medias y varianzas.</li> <li>• Existen paquetes informáticos para analizar los datos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Requiere listado completo de toda la población.</li> <li>• Al trabajar con muestras pequeñas puede no representar de forma adecuada a la población.</li> </ul>
<b>Aleatorio sistemático</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conseguir un listado de los “N” elementos de la población</li> <li>• Determinar tamaño de muestra “n”.</li> <li>• Definir intervalo <math>k = N/n</math>.</li> <li>• Elegir número aleatorio, entre 1 y k.</li> <li>• Selección de los elementos de la lista.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fácil de aplicar.</li> <li>• No siempre es necesario tener listado de la población.</li> <li>• Cuando la población está ordenada, asegura cobertura de unidades de todos los tipos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si la constante de muestreo está asociada con el evento de interés, las estimaciones obtenidas a partir de la muestra pueden contener sesgo de selección.</li> </ul>
<b>Aleatorio estratificado</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En ciertas ocasiones resultará conveniente estratificar la muestra según variables de interés.</li> <li>• Para ello se ha de conocer la composición estratificada de la población objeto.</li> <li>• Una vez calculado el tamaño de la muestra, este se reparte entre los distintos estratos de la población usando regla de tres.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tiende a asegurar que la muestra represente adecuadamente a la población en función de variables seleccionadas.</li> <li>• Se obtienen estimaciones más precisas.</li> <li>• Su objetivo es conseguir una muestra lo más semejante a la población en lo que a la o las variables estratificadoras se refiere.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se ha de conocer la distribución en la población de las variables utilizadas para la estratificación.</li> </ul>
<b>Aleatorio por conglomerados</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se realizan varias fases de muestreo sucesivas.</li> <li>• La necesidad de listados de unidades se limita a unidades de muestreo seleccionadas en la etapa anterior.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eficiente en poblaciones grandes y dispersas.</li> <li>• Es preciso tener un listado de las unidades primarias de muestreo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El error estándar es mayor que en otros tipos de muestreo.</li> <li>• El cálculo del error estándar es complejo.</li> </ul>

Fuente: Otzen, Manterola (2017). Técnicas de muestreo sobre una población en estudio. vol. 35. núm. 1. pp. 227-232. <https://scielo.conicyt.cl/pdf/ijmorphol/v35n1/art37.pdf>

## II. Muestras no aleatorias

### 1. Intencional

Dirige la elección de la muestra a solamente los individuos con características especiales, limitando la muestra a solo estos casos. De acuerdo con Otzen, Manterola (2017) "se utiliza en escenarios en las que la población es muy variable y consiguientemente la muestra es muy pequeña." (p. 4)

Por ejemplo: se tiene un estudio sobre el comportamiento compulsivo de las personas mientras hacen sus compras en navidad. La población sería todas las personas de un centro comercial, sin embargo, esta población es muy cambiante, por lo que se seleccionan a las personas que porten la mayor cantidad de bolsas en sus manos.

### 2. Por conveniencia

"Permite seleccionar aquellos casos accesibles que acepten ser incluidos." (Otzen, Manterola, 2017, p. 4) Esto, se fundamenta en aspectos básicos como la accesibilidad y proximidad de los sujetos por parte del investigador.

Por ejemplo, se quiere hacer un estudio sobre las reacciones emocionales que embarga a un aficionado del equipo Liga Deportiva Alajuelense, al alcanzar un título nacional, después de siete años de no tener la presea. Sin embargo, el investigador vive en Cartago, por lo que escoge solamente a los aficionados que son de este equipo que viven en su distrito.

### 3. Accidental o consecutivo

De acuerdo con Otzen, Manterola (2017) este tipo de muestreo:

Se fundamenta en reclutar casos hasta que se completa el número de sujetos necesario para completar el tamaño de muestra deseado. Estos, se eligen de manera casual, de tal modo que quienes realizan el estudio eligen un lugar, a partir del cual reclutan los sujetos de estudio de la población que accidentalmente se encuentren a su disposición. (p. 4)

Por ejemplo, la Municipalidad de Cartago construyó una ciclo vía. Para demostrar su utilización constante por parte de los ciudadanos cartagineses, colocó en tres puntos de la ciclo vía, a personas que contabilizaran todas las personas que utilizaban este medio. Con esto se puede notar que la muestra correspondía a las personas que se visualizaban, en un periodo, hasta que se completara el número requerido.

### III. Práctica general

#### 1. Ejercicios<sup>2</sup>

Resuelva los siguientes ejercicios con base en la información brindada en los apartados anteriores.

##### Ejercicio 1

Para estudiar cuál es el candidato presidencial por el cual votarán los costarricenses en las próximas elecciones, se toma una muestra de 3500 personas de todo el país, las cuales aceptaron participar de la encuesta. La pregunta es la siguiente, ¿por quién votará en las próximas elecciones presidenciales? Determine:

- a) la población del estudio.
- b) la muestra del estudio.
- c) tipo de muestra utilizada.

##### Ejercicio 2

Un estudiante de estadística quiere conocer si los profesores de su universidad, U San Marcos, prefieren dictar clases con ropa formal o con ropa informal. Para ello, realiza una encuesta a 12 profesores elegidos por un programa computacional. Determine:

- a) la población de estudio.
- b) la muestra del estudio.
- c) el tipo de muestra.

##### Ejercicio 3

Un profesor desea realizar un análisis estadístico de las notas del examen final de matemáticas de sus alumnos de último año. Por ello, coloca todas las notas obtenidas en Excel y usa las funciones y herramientas estadísticas. Determine:

- a) la población de estudio.
- b) la muestra del estudio.

---

<sup>2</sup> Tomados de: Mate móvil. <https://matemovil.com/poblacion-y-muestra-ejemplos-y-ejercicios/>

## 2. Problemas<sup>3</sup>

Resuelva las siguientes situaciones problema con base en la información brindada en los apartados anteriores.

### Problema 1

Una ganadería tiene 3 000 vacas. Se quiere extraer una muestra de 120. Explicar cómo se obtiene dicha muestra:

- Mediante muestreo aleatorio simple.
- Mediante muestreo aleatorio sistemático.

### Problema 2

Una ganadería tiene 2 000 vacas. Son de distintas razas: 853 de A, 512 de B, 321 de C, 204 de D y 110 de E.

Se quiere extraer una muestra de 120:

- ¿Cuántas hay que elegir de cada raza para que el muestreo sea estratificado con reparto proporcional?
- ¿Cómo ha de ser la elección dentro de cada estrato?

### Problema 3

¿Por qué se recurre a una muestra?

Explicar en cada caso por qué es necesario recurrir a una muestra.

- Se quiere preguntar sobre sus exigencias a los manifestantes que asisten a una marcha.
- Una fábrica quiere averiguar el número de horas que duran las pilas que fabrican.
- Se quiere observar qué tan efectivo es un producto antimosquitos. Se prueba con 10 insectos y se calcula el tiempo que tardan en morir todos. Se repite 20 veces el proceso.

### Problema 4

De los 450 estudiantes matriculados en un instituto se quiere tomar una muestra de 15 de ellos. Indica cómo hay que hacerlo:

- Mediante muestreo aleatorio simple.
- Mediante muestreo aleatorio sistemático.

---

<sup>3</sup> Tomados de: ANAYA. Matemática aplicada a las Ciencias Sociales. <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/18700232/helvia/sitio/upload/mac31116.pdf>



### 3. Solucion de los ejercicios y problemas.

#### Solución del ejercicio 1

- la población sería la población electoral del país, es decir, costarricenses con derecho a voto.
- La muestra sería el conjunto de 3500 costarricenses que forman parte de la población.
- No aleatorio, por conveniencia.

#### Solución del ejercicio 2

- Población: conjunto de todos los profesores de la U San Marcos.
- Muestra: 12 profesores de la U San Marcos.
- Aleatoria simple.

#### Solución del ejercicio 3

- la población son todos los estudiantes del profesor.
- para este ejercicio no se cuenta con una muestra.

#### Solución del problema 1

##### Parte a)

- Se numeran las vacas del 1 al 3 000.
- Se sortean 120 números de entre los 3 000.
- La muestra estará formada por las 120 vacas a las que correspondan los números obtenidos.

##### Parte b)

- Se calcula el coeficiente de elevación:  $h = \frac{3000}{120} = 25$
- Se sortea un número del 1 al 25. Supongamos que sale el 9.
- Las vacas seleccionadas para la muestra serían las que correspondieran a los números 9, 34, 59, 84, 109, ..., 2 984.

#### Solución del problema 2

##### Parte a)

- Llamamos  $n_1$  al número de vacas que debemos elegir de la raza A,  $n_2$  al de raza B,  $n_3$  al de C,  $n_4$  al de D y  $n_5$  al de E.
- Ha de cumplirse que:

$$\frac{120}{2000} = \frac{n_1}{853} = \frac{n_2}{512} = \frac{n_3}{321} = \frac{n_4}{204} = \frac{n_5}{110}$$

Así, se obtiene que:

$$n_1 = 51,18 \quad n_2 = 30,72 \quad n_3 = 19,26 \quad n_4 = 12,24 \quad n_5 = 6,6$$

(3) La parte entera de estos números serían 51, 30, 19, 12, 6. Nótese que faltan 2 para llegar a 120.

(4) Se realiza el ajuste necesario, por tanto, se debe elegir a 51 vacas de raza A, 31 vacas de B, 19 de C, 12 de D y 7 de E.

#### Parte b

Dentro de cada estrato, la elección ha de ser aleatoria.

#### **Solución del problema 3**

a) En este caso es necesario recurrir a una muestra porque la población es muy difícil de controlar al estar los manifestantes repartidos a lo largo de una marcha.

b) Para averiguar el número de horas que dura una pila es necesario usarla y medir este tiempo. Por tanto, el proceso de medición es destructivo y no puede aplicarse a toda la producción de pilas.

c) En este caso la población puede ser excesivamente numerosa. Además, el proceso es invasivo con los mosquitos y, en consecuencia, es necesario tomar una muestra adecuada para que sea significativa.

#### **Solución del problema 4**

##### Parte a)

(1) Primero numeramos los estudiantes del 1 al 450.

(2) Se sortean 15 números de entre los 450.

(3) La muestra estará formada por los 15 estudiantes a los que correspondan los números obtenidos.

##### Parte b)

(1) Se calcula el coeficiente de elevación:  $h = \frac{450}{15} = 30$

(2) Se tiene que seleccionar una persona de cada 30.

(3) Para seleccionar a

## Fases para una investigación estadística

Considere la siguiente lectura.

CHICAGO, Illinois. Si te pones nervioso cuando tienes que presentar un examen, intenta escribir acerca de lo que estás sintiendo. Un estudio nuevo descubrió que los estudiantes que destinan 10 minutos a escribir lo que piensan y sienten antes de un examen, pueden liberar energía de su cerebro ocupada previamente por preocupaciones relacionadas con los exámenes. Esta corta descarga de emociones de solo 10 minutos puede ayudar a los estudiantes a realizar un mejor trabajo.

Sicólogos, educadores y padres saben desde hace tiempo que el desempeño de los estudiantes en una evaluación no refleja necesariamente el verdadero conocimiento que estos tienen sobre el tema, y que la ansiedad es un factor que puede tener un gran impacto en los resultados de los exámenes de cualquier estudiante. Los investigadores creen que la razón de esto es que la preocupación ocupa parte de la memoria activa o de corto plazo en el cerebro. Si esta memoria se enfoca en preocupaciones, está muy ensimismada como para ayudar a una persona a recordar toda la información que el cerebro almacenó durante la preparación para el examen. La ansiedad también afecta la habilidad de la memoria activa para concentrarse, complicando así el poder recordar lo que se aprendió.

En el estudio, los investigadores de la Universidad de Chicago propusieron que si podían mitigar la ansiedad de los estudiantes, se podrían mejorar los resultados de sus pruebas.

"Lo que hicimos fundamentalmente fue anular la relación que existe entre la ansiedad y el desempeño en los exámenes", dijo Sian L. Beilock, profesora de psicología de la Universidad de Chicago. Beilock fue coautora del estudio con el estudiante de postgrado Gerardo Ramírez.

Beilock dijo que la idea de llevar a cabo un ejercicio de escritura surgió de investigaciones anteriores que muestran que escribir puede afectar el estado de ánimo de una persona. Hay diferentes tipos de escritura y no todos los tipos funcionan, pero la escritura expresiva, en la cual las personas le confían sus sentimientos al papel, puede ser muy efectiva. Los expertos han verificado, por ejemplo, que escribir repetidamente acerca de una experiencia emocional o traumática por varias semanas, o meses, puede disminuir la preocupación. ¿Se puede usar el mismo concepto para una situación como presentar un examen?

La respuesta es, sí. Beilock y Ramírez determinaron que los estudiantes de escuela superior que son propensos a sentirse ansiosos antes de un examen acrecentaban sus calificaciones casi un punto —por ejemplo, de una B menos a una B más— si dedicaban 10 minutos a escribir sobre sus sentimientos antes de presentar el examen. Esto sucedió tanto con estudiantes evaluados en un laboratorio como con los evaluados en un salón de clases.

Beilock cree que esta investigación es aplicable a situaciones más allá del salón de clases. Personas de todas las edades se podrían beneficiar del uso de la escritura expresiva para disipar muchos tipos de situaciones de pánico: desde dar un discurso hasta una entrevista de trabajo.

"Hay muchas cosas que podemos hacer para cambiar lo que pensamos sobre... las presiones y por consiguiente la forma en la que nos desempeñamos", dijo Beilock.

Beilock recomienda que los padres y maestros incorporen los ejercicios de escritura inmediatamente, ya que no requieren de mucho tiempo, dinero, recursos o entrenamiento.

"Se ejerce demasiada presión en los estudiantes para que se desempeñen a un nivel alto; los padres y maestros pueden hacer mucho tanto para aumentar como para disminuir la presión que sienten los estudiantes", dijo Beilock. (*Associated Press, 2020.*)

### **Ejercicios:**

Con base en la lectura anterior, de acuerdo a la comprensión de esta, responda las siguientes preguntas.

1. ¿Por qué se piensa que la ansiedad tiene un impacto significativo en los resultados de los exámenes?
  - a. Los investigadores creen que cuando una persona experimenta estrés, el lóbulo frontal del cerebro produce un químico que induce a la relajación, pero que a su vez afecta la capacidad intelectual.
  - b. Los investigadores creen que cuando la memoria activa se enfoca en preocuparse, está muy ensimismada como para poder ayudar a una persona a recordar toda la información que el cerebro almacenó durante la preparación para el examen.
  - c. Los investigadores creen que las personas ansiosas tienden a analizar mucho las preguntas de los exámenes y a dudar de la información que almacenaron en su memoria.
  - d. Los investigadores creen que cuando una persona está ansiosa no puede estudiar para un examen.

2. ¿Cuál es el objetivo que se propuso el autor al redactar el artículo?
- mostrar cómo la función cerebral se puede afectar por una variedad de situaciones estresantes
  - explicar por qué algunos estudiantes se desempeñan mejor que otros en algunos tipos de ambientes escolares
  - convencer a los lectores que las habilidades de escritura expresiva son herramientas valiosas que se deben desarrollar en la infancia
  - informar a los lectores sobre un método para reducir el estrés que puede aumentar los puntajes en los exámenes

Este capítulo abordará la investigación estadística basándose en la cultura estadística, pues esta se refiere a la comprensión de ideas estadísticas fundamentales que permiten la comprensión de situaciones donde se ve involucrada la estadística. Burrill y Biehler (2011).

Por otra parte también se abarcan conceptos del razonamiento estadístico, el cual se define como aquel que permite tomar decisiones y realizar predicciones sobre un conjunto de datos, así como de fenómenos en los que está presente la incertidumbre. Burrill y Biehler (2011).

Para definir las dimensiones del pensamiento estadístico, Wild y Pfannkuch (1999) estudian qué hacen los estudiantes de la carrera de estadística cuando resuelven problemas. Definen cuatro dimensiones para caracterizar el pensamiento estadístico.

### **I. Dimensión 1: El ciclo de la investigación estadística**

En este apartado se involucran cinco fases determinantes en el desarrollo estadístico, ya que sigue una línea conductora para poder llegar a obtener resultados relevantes y de esta manera lograr un análisis de los datos.

La dimensión número 1 se basa de acuerdo con lo que expone Wild y Pfannkuch(1999), dado que ellos mencionan que la parte fundamental de la investigación estadística es la previsión del estudio a realizar, ya que se debe tener conocimiento de como se va actuar, es decir, pensar el camino que la persona va a recorrer en el transcurso de la investigación. Es por esto que, se toma de referencia el ciclo de investigación (Figura 1), en donde se tienen los apartados de (problema, plan, datos, análisis, conclusiones), cabe destacar que en las secciones antes mencionadas se relacionan una mayor cantidad de puntos a exponer.

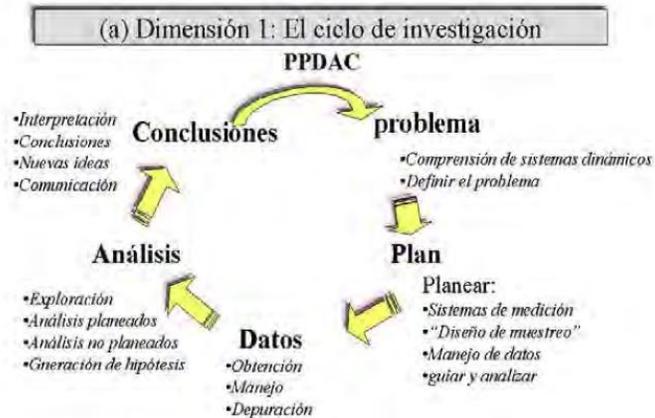


Figura 1. Ciclo de investigación. Fuente: Wild & Pfannkuch, 1999, p. 7, trad., E. Sánchez

Primeramente, se tiene el "Problema", en el cual se mantiene la comprensión de sistemas dinámicos en relación con la definición del problema a investigar, esto se da porque se debe conocer acerca del campo social en este curso, dicho de otra manera, conservar en estudio los comportamientos de las sociedades.

En segunda parte está el "Plan", en donde se entiende como la estrategia a tomar, con el fin de poder realizar la investigación de la mejor manera. Como punto importante, se deben tomar en cuenta los sistemas de medición, diseño de muestreo, así como el manejo de los datos por utilizar.

El tercer y cuarto aspecto, mantienen una interrelación, debido que los datos recolectados de esta manera se llevan a un análisis estadístico, el cual debe de ser explorado y por ende depurado, esto porque como lo menciona Wild y Pfannkuch (1999), la mayoría de los problemas son involucrados a un cambio continuo, y así lograr mejorar el ciclo.

Por último, se tiene el apartado de conclusiones, en donde se exponen las interpretaciones antes explicadas y así poder experimentar nuevas ideas en relación con otros estudios.

## II. Dimensión 2: Tipos de pensamiento

Durante el desarrollo de la investigación estadística surgen dos tipos de pensamientos de los cuales cabe mencionar el pensamiento general y el pensamiento estadístico fundamental, además de nombrarlos van a ser explicados seguidamente con las características de cada uno de ellos.

## 1) Tipos de pensamientos estadísticos fundamentales

### a) Reconocimiento de los datos

Este apartado se relaciona con la identificación de los datos analizar; como punto importante se menciona de acuerdo con Wild y Pfannkuch (1999) que se logra el reconocimiento de esto con las experiencias personales en la sociedad, por ejemplo, alguna insuficiencia en que el estudio pueda beneficiar a la comunidad, ya que de igual manera se toma como una evidencia primordial en la base de las decisiones, así como en la recolección de datos.

### b) Transnumeración

Esta parte se explica con la idea fundamental de Wild y Pfannkuch (1999), la cual es que la mayoría de las ideas fundamentales en la estadística son aprovechadas en formar y cambiar las representaciones de un sistema normal, con lo que se puede obtener un mejor entendimiento del sistema. Es por esto, que se tiende a ocurrir en un constante cambio, en donde se busque por una nueva perspectiva de los datos, lo cual beneficia la comprensión de estos para un análisis más determinado.

### c) Variación

Este concepto fue nombrado con fines de explicación, predicción o control, ya que los datos se estudian bajo una cierta incertidumbre, la cual debe ser controlada y tratada para extenderla a un proceso de “medir y modelar” estrategias de estudio estadístico.

### d) Distinción de modelos estadísticos

El aspecto se relaciona con los modelos estadísticos, así como con la necesidad de expansión de estos conocimientos para las investigaciones, ya que la principal contribución de la disciplina estadística es el pensamiento de la distinción de modelos de acuerdo con el estudio en desarrollo, lo cual implica el crecimiento en estadísticos y de investigaciones en el desarrollo profesional del país.

### e) Integración de la estadística y contexto

Este punto es la unión de todos los pensamientos estadísticos fundamentales anteriores, dado que la causa fundamental de este estudio es que el pensamiento estadístico produzca implicaciones sociales, específicamente en las ciencias sociales para este curso, así como nuevas percepciones y conjeturas de los análisis. Es por esto por lo que, se busca no solo el análisis de datos, sino que también la aplicación de ese conocimiento en un conexto real, debido que de esta forma se refuerzan las

investigaciones.

## 2) Pensamientos generales

Estos pensamientos son aplicados en el contexto estadístico.

### a) Pensamiento estratégico

El primer pensamiento se direcciona hacia la decisión de qué va a hacer la persona en la investigación y cómo lo va a realizar, se mencionan algunas ideas que se pueden realizar para lograr esto de acuerdo con Wild y Pfannkuch (1999):

- Planear como ejecutar la tarea
- Dividir las tareas en subtareas
- Establecer plazos para las subtareas
- División de trabajo
- Anticipar los problemas y cómo evitarlos

### b) Modelar

De acuerdo con la idea de Wild y Pfannkuch (1999) de analizar datos en un contexto se toma la relevancia de modelar y construir modelos para usarlos en la comprensión y la predicción del comportamiento en aspectos sociales.

La construcción de un modelo estadístico incluye las percepciones de las personas, con el fin de tomar esa información e interpretarla en un modelo mental<sup>4</sup>, lo cual se refiere a tener una influencia en la recolección de los datos en un sistema para analizarlos de una mejor forma.

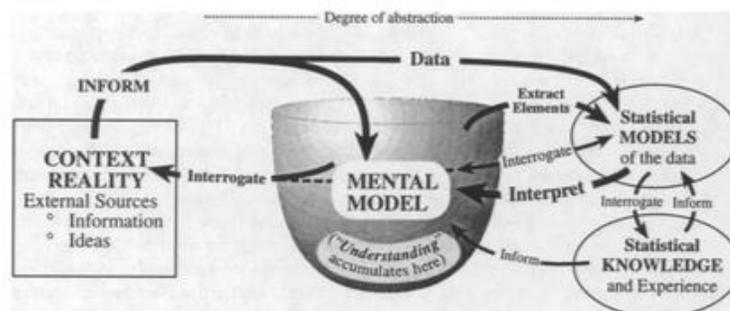


Figura 2. Modelo Mental. Fuente: Wild & Pfannkuch, 1999, p. 7, trad., E. Sánchez

<sup>4</sup> Modelo Mental: representa una posibilidad en el razonamiento y la comprensión de fenómenos, situaciones o procesos, y reproduce aquéllos captando sus elementos y atributos más característicos. (Solaz, Sanjosé, 2008)

### c) Aplicación de técnicas

Por último, se tiene la solución a un problema investigativo, el cual desde la ciencia matemática de la estadística se establece un camino de mapeo ante el problema planteado. Cabe mencionar, que a través de los pensamientos se ha ido contruyendo el camino hacia la solución del problema, ya que se utilizan métodos eficientes en la investigación, así como pensamientos creativos y beneficiosos para la sociedad.

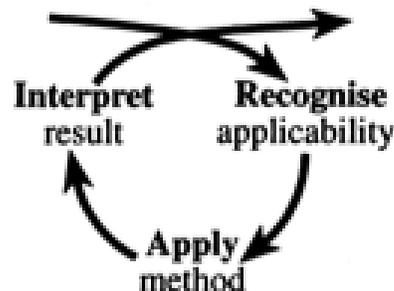


Figura 3. Aplicación de técnicas. Fuente: Wild & Pfannkuch, 1999, p. 7, trad., E. Sánchez

### III. Dimensión 3: El ciclo de la interrogación

En esta dimensión se involucran cinco fases (generar, buscar, interpretar, criticar, juzgar), las cuales buscan que la persona analice la capacidad que puede tener el proyecto a generar de acuerdo con los pasos antes mencionados.

#### 1) Generar

En este apartado del ciclo de interrogación se basa principalmente en la producción de lluvia de ideas para lograr generar posibilidades. Además, esto puede ser aplicado en la investigación de posibles causas de problemas, mecanismos y explicaciones de algún modelo estadístico en contexto.

#### 2) Buscar

Como segundo punto se tiene la tendencia de seguir la investigación de información para enriquecer los estudios a realizar. Cabe destacar que, las fuentes de información no sólo es el acceso a internet, sino que hablar con clientes, colegas o expertos en la materia también beneficia a la persona a obtener un mayor conocimiento de lo que se investiga.

#### 3) Interpretar

Tomando de referencia el proceso del resultado de la búsqueda de información se obtiene la línea de interpretación que Wild y Pfannkuch plantea.

Leer / Ver / Escuchar → Transcribir → Resumir → Comparar → Conectar

De acuerdo con la línea anterior, se establece la referencia la interconexión de nuevas ideas, la cual se obtiene con el paso anteriormente explicado. Asimismo, se correlaciona la información con los modelos mentales que brindan una posibilidad de razonamiento y comprensión de los fenómenos a estudiar en el contexto establecido.

#### 4) Crítica y juzgar

Por último, se tienen los puntos de criticar y juzgar, ya que de esta forma la persona que realiza el estudio puede autoevaluar su trabajo haciéndose las siguientes preguntas:

- ¿Esto está bien?
- ¿Esto tiene sentido?
- ¿Esto concuerda con otros saberes?

De igual manera se puede aplicar el juzgamiento de las preguntas antes formuladas, ya que se tiene en práctica que las ideas y planes formuladas sean las correctas al trabajo en investigación. Es por esto por lo que, se tiene el ciclo de descartar y destilar, es decir, mantener las buenas ideas en el trabajo de estudio y desechar las que no son de utilidad.



Figura 4. Cicle of distill and discard. Fuente: Wild & Pfannkuch, 1999, p. 7, trad., E. Sánchez

## IV. Dimensión 4: Disposiciones

Como última dimensión se mantienen algunas actitudes importantes que se deben tener claras ante la resolución de problemas estadísticos durante una investigación.

### 1. Curiosidad

En primera instancia se necesita curiosidad para realizar una investigación, ya que como afirma Wild (1994) citado por Wild & Pfannkuch (1999) las preguntas son más importantes que las respuestas. De acuerdo con la frase antes mencionada se entiende de mejor forma la relevancia de la curiosidad en un estudio, ya que con las preguntas de la sociedad se puede ir solucionando situaciones, en este caso con la ayuda de la estadística. Cabe destacar que, preguntas simples como “Por qué” o “Cómo pasó esto”, se pueden generar gran cantidad de estudios.

### 2. Imaginación

En este apartado se mantiene la formación del modelo mental anteriormente explicado, además de esto se tiene como base tomar lo esencial de un estudio, ya que este proceso se caracteriza como imaginativo. Asimismo, Wild & Pfannkuch (1999) mencionan que se pueden tomar las ideas imaginativas, como lo son las dinámicas esenciales de una investigación, para generar posibles explicaciones y fenómenos de un contexto.

### 3. Escepticismo

En este punto se busca recalcar la actitud de criticidad, dado que como menciona Wild & Pfannkuch (1999) las conclusiones deben ser justificadas, dicho de otra manera, el autor debe analizar y ser crítico del trabajo, ya que de esta manera se puede caracterizar como verídico.

### 4. Ser lógico

En este punto, se establece la habilidad de que la persona mantenga la lógica ante un problema estadístico, debido que crear un argumento lógico claro es importante en todos los pensamientos. Además, esta actitud beneficia al estudio a llegar a conclusiones válidas. El escepticismo puede ser un soporte para suposiciones o información funcional para la comparación de datos en estudio.

### 5. Perseverancia

Como último punto, se menciona una actitud perseverante ante los problemas estadísticos, ya que la persona que realiza la investigación debe estar abierto a comentarios, así como a nuevas ideas e información. Como punto importante, se



tiene que una persona necesita de otras, por lo que antes de ser un profesional se debe ser humilde para aceptar ayuda ante problemas durante alguna investigación.

Se presenta el siguiente ejemplo tomando como referencia la aplicación del modelo explicado anteriormente y ejecutado por Ubilla (2019).

*Durante seis sesiones de 90 minutos, 134 estudiantes que acababan de iniciar el grado de Educación Primaria en la Universidad Autónoma de Barcelona desarrollaron la actividad organizadas en 34 grupos de tres o cuatro integrantes. Del total de estudiantes, 91 habían cursado Bachillerato, 72 de los cuales el de Humanidades y Ciencias Sociales, 15 el de Ciencias y Tecnología, y 4 el de Artes.*

Nuestros datos son las producciones escritas de los grupos de trabajo que se complementan con las observaciones de aula recogidas por la autora. Se identifican las producciones de cada grupo con un código para dicho grupo (por ejemplo, G3 para el grupo 3).

### **Análisis fase 1: Problema.**

Cuando las estudiantes justifican su problema o pregunta de investigación, es posible ver que hay grupos que consideran la relevancia del contexto para plantear su pregunta de investigación: “Creemos que la lectura es esencial como fuente de conocimiento. Como futuras maestras sería importante poder transmitir el placer por la lectura a los alumnos. Por tanto, nos agradecería saber las preferencias literarias de los compañeros y compañeras del grupo” (G1).

Aquí identificamos el elemento de conocimiento del contexto propuesto por Gal (2002) citado por Ubilla (2019), para la alfabetización estadística. Algunos grupos plantean preguntas de investigación que relacionan dos variables, en este caso cualitativas: “¿Existe relación entre el sexo y el tipo de extraescolares escogidos?” (G15).

De esta forma vemos que se presentan elementos relativos al conocimiento matemático y estadístico de la alfabetización estadística (Gal, 2002) citado por Ubilla (2019). Vemos también que hay grupos que presentan un razonamiento sobre la muestra (Garfield, 2002) citado por Ubilla (2019), al plantear su pregunta de investigación: “Nuestro estudio se ha centrado en la población del grupo 21 del Grado en Educación Primaria de la UAB y más concretamente, los alumnos y maestros asistentes a la sesión del día 1 de marzo de 2018 a la asignatura Matemática para maestros. La población es de 61 personas y el rango de esas comprende desde los 17 años hasta los 47 años, aunque la



amplia mayoría se sitúa en la franja entre los 18 y 21 años” (G1).

### **Análisis fase 2: Plan.**

Durante la fase de generar un plan, algunos grupos plantean una hipótesis previamente a la recogida de datos: “Tenemos la intención de extraer conclusiones de la encuesta en relación con el género, ya que tenemos la hipótesis de que el maquillaje está socialmente vinculado al género femenino” (G8). Esto se relaciona con la fase generar posibilidades del ciclo de interrogación propuesto por Wild y Pfannkuch (1999) para el pensamiento estadístico, así como el reflejo de sus creencias respecto a un tema en particular, el cual corresponde a un elemento de la alfabetización estadística.

En algunos instrumentos de recolección de datos, se pueden observar la utilización de conceptos matemáticos y estadísticos, como por ejemplo la utilización de intervalos (Figura 2), siendo estos elementos relativos a la alfabetización estadística.



Figura 2. Utilización de intervalos en F2C2 (G8)

### **Análisis fase 3: Datos.**

El proceso de recolección de datos, en sí mismo, responde a la fase buscar información del ciclo de interrogación que se corresponde a una de las dimensiones que caracterizan el pensamiento estadístico. En este caso, corresponde a una búsqueda externa de información para dar respuesta a la pregunta de investigación.

Por otro lado, hay grupos que llevan a cabo un registro visual de respuestas de individuos que no pertenecen a la muestra. Por ejemplo, en la Figura 3, se observa que, al costado del instrumento de recogida de datos, registran las respuestas de dos personas que han accedido al grado con 17/18 años, pero que sin embargo no cursan el grado de Educación Primaria. Esto refleja un razonamiento sobre los datos y la muestra, correspondiente al razonamiento estadístico.

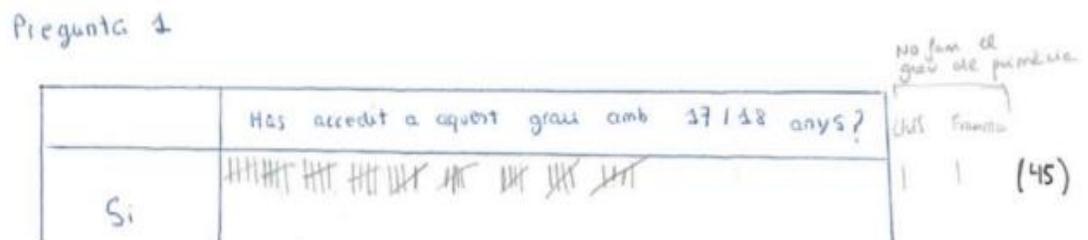


Figura 3. Registro visual de datos que no pertenecen a la muestra F3C2 (G9)

#### Análisis fase 4: Análisis.

Previo a la realización de gráficos y tablas, algunos grupos realizan una limpieza de sus datos. De aquí es posible observar la utilización de frecuencias absoluta y relativa porcentuales, siendo esta una primera aproximación al tratamiento de los datos obtenidos. Esto se puede observar en la Figura 2 (frecuencia relativa porcentual) y en la Figura 3 (frecuencia absoluta). Esto responde a elementos de conocimiento matemático y estadísticos presentes en la alfabetización estadística.

El proceso de cambio de formato de los datos, es decir, la transnumeración, corresponde en sí mismo a una de las formas de la dimensión pensamientos estadísticos fundamentales propuestos por Wild y Pfannkuch (1999) citado por Ubilla (2019), para definir el pensamiento estadístico. Debido a que la actividad no pide explícitamente la construcción de gráficos ni el cálculo de medidas de centralización, es posible observar que 31 de los 34 grupos utilizan la transnumeración. Junto con esto, es posible observar la presencia de elementos de conocimiento matemático y estadístico propios de la alfabetización estadística como son los gráficos (de barras, circular e histograma), así como el uso de medidas de centralización. De esta forma, observamos razonamientos sobre medidas estadísticas como el siguiente: “En el análisis que hemos realizado no hemos podido calcular ni la media ni la mediana, Componentes del sentido estadístico identificados en un ciclo de investigación desarrollado por futuras maestras ya que en nuestro trabajo las variables eran los países más visitados y no números. Por este motivo, con nombres de los países no es factible el estudio de la media y mediana. Sin embargo, sí que hemos obtenido la moda, que sería la opción con más respuestas” (G6), así como razonamiento sobre la representación de los datos: “Para que estos resultados se vean de una manera más clara, los mostramos en los siguientes gráficos [gráficos de barra]” (G10).

## Análisis fase 5: Conclusiones.

Durante la interpretación de resultados algunos grupos consideran el contexto bajo el cual se realiza la investigación para explicar los resultados obtenidos: “El hecho de que se trate de una población joven y estudiantes, en mayor parte, conlleva que el poder adquisitivo sea bajo y que los precios que están dispuestos a pagar sean entre 10 y 20 €” (G1). En este caso, está presente uno de los tipos de pensamiento estadístico fundamental, en concreto, la integración de la estadística y el contexto. Del mismo modo, se hace presente el elemento de conocimiento del contexto propio de la alfabetización estadística. Del mismo modo, algunos grupos presentan el pensamiento estadístico fundamental correspondiente al razonamiento con modelos estadísticos, como se observa en la Figura 4, donde el gráfico que se muestra a la izquierda va acompañado con la interpretación de la derecha.

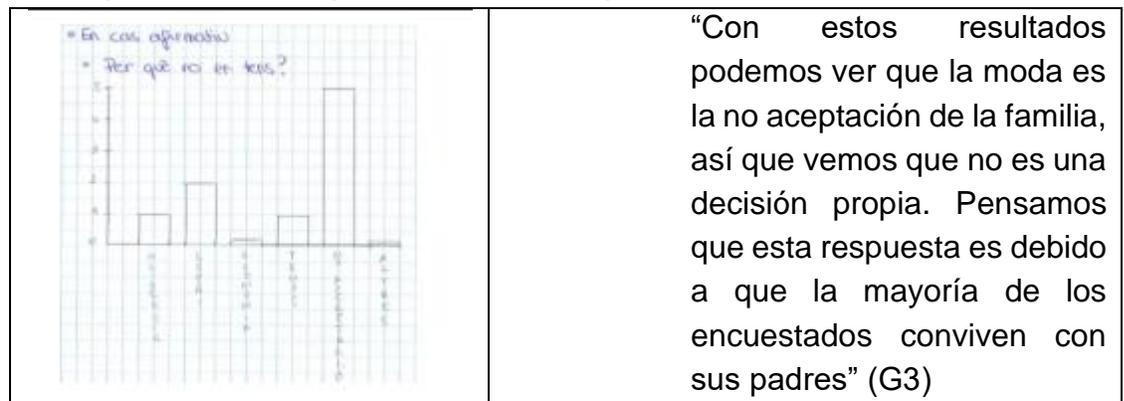


Figura 4. Razonamiento con modelos estadísticos (G3)

Durante la fase final, algunos grupos presentan reflexiones sobre el trabajo desarrollado, entre ellas podemos observar algunos razonamientos sobre la muestra como “No es un análisis representativo, ya que hemos encuestado 50 chicas y no más 9 chicos” (G15), lo que también refleja la fase de criticar el proceso presente en el ciclo de interrogación del pensamiento estadístico. Del mismo modo, está presente la utilización del concepto de muestra, por lo que también están presentes elementos de conocimiento matemático y estadístico, lo que forma parte de la alfabetización estadística.

Por último, también se hace presente la fase de juzgar los resultados, la cual forma parte del ciclo de interrogación del pensamiento estadístico. Esto se refleja en el siguiente ejemplo: “También hay que tener en cuenta que en el grupo que hemos analizado no había la misma cantidad de chicos y chicas, ya que había 33 chicas más. Por tanto, pensamos que puede ser que este estudio estadístico no es del todo fiable, ya que, si estudiáramos el grupo con 33 chicos

más, probablemente obtendríamos resultados diferentes” (G35). En este caso, se puede observar que juzgan la confiabilidad de los resultados obtenidos, así como también se observa una postura crítica frente al proceso realizado, lo cual forma parte de los elementos disposicionales de la alfabetización estadística.

Ubilla (2009) presenta un resumen del análisis anterior, con base en la siguiente tabla.

	Fase 1: Problema	Fase 2: Plan	Fase 3: Datos	Fase 4: Análisis	Fase 5: Conclusiones
Alfabetización estadística	Elementos de conocimiento: matemáticos, estadísticos y del contexto	Elementos de conocimiento: matemáticos, estadísticos y del contexto Elementos disposicionales: creencias		Elementos de conocimiento: matemáticos, estadísticos y del contexto	Elementos de conocimiento: matemáticos, estadísticos y del contexto Elementos disposicionales: postura crítica
Pensamiento estadístico		Ciclo de interrogación: generar posibilidades	Ciclo de interrogación: buscar información	Pensamiento estadístico fundamental: transnumeración	Pensamiento estadístico fundamental: razonar con modelos estadísticos e integración de la estadística y el contexto Ciclo de interrogación: criticar el proceso y juzgar los resultados
Razonamiento estadístico	Razonamiento sobre la muestra		Razonamiento sobre la muestra y los datos	Razonamiento sobre medidas estadísticas y sobre la representación de los datos	Razonamiento sobre la muestra

Fuente: Ubilla, F. (2009). Componentes del sentido estadístico identificados en un ciclo de investigación estadística desarrollado por futuras maestras de primaria.

## Referencias bibliográficas

- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), Teaching statistics in school mathematics - Challenges for teaching and teacher education (pp. 57-69). Dordrecht, Países Bajos: Springer.
- Otzen, Manterola (2017). Técnicas de muestreo sobre una población en estudio. vol. 35. núm. 1. pp. 227-232. <https://scielo.conicyt.cl/pdf/ijmorphol/v35n1/art37.pdf>
- Solaz, J. Sanjosé, V. (2008). Conocimiento previo, modelos mentales y resolución de problemas. Un estudio con alumnos de bachillerato. REDIE vol.10 no.1. [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1607-40412008000100004](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-40412008000100004)
- Ubilla, F. (2009). Componentes del sentido estadístico identificados en un ciclo de investigación estadística desarrollado por futuras maestras de primaria. <http://funes.uniandes.edu.co/14538/1/Ubilla2019Componentes.pdf>
- Wild, C. J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. International Statistical Review, 67(3), 223-248.



[www.usanmarcos.ac.cr](http://www.usanmarcos.ac.cr)

San José, Costa Rica