LA EQUIVALENCIA FINANCIERA

Elaborado por:
Magíster Alexander Sánchez

ILUMNO

LA EQUIVALENCIA FINANCIERA

Luego de haber visto los conceptos y aplicaciones básicas concernientes a los temas de interés simple e interés compuesto, se ha podido demostrar cómo el valor del dinero efectivamente varía con en el tiempo, con lo que en el caso de Costa Rica no tiene el mismo valor 100.000,00 de colones hoy que ese mismo monto un año después.

Sin embargo la diferencia del valor del dinero en el tiempo es mayor cuando se analiza bajo el enfoque de interés compuesto que cuando se hace mediante interés simple, esto por un simple concepto: “capitalización”, lo cual hace que se acumulen periodo tras periodo el monto principal más lo correspondiente a los intereses.

En términos económicos el concepto anteriormente visto es fundamental para la toma de decisiones, ya que representa el costo de oportunidad del dinero en el tiempo, el cual está en función de variables como la tasa de interés y el tiempo.

Por lo anterior, es que entender el concepto de valor del dinero en el tiempo, así como el de la tasa de interés es fundamental para comprender el concepto de equivalencia financiera.

De esa manera, imagine dos intermediarios financieros: el A y el B. El intermediario A le paga a usted por mantener su dinero un año en un certificado de inversión, una tasa del 32% anual que capitaliza cada semestre

CUANDO SE HABLE DE TASAS EQUIVALENTES, ESTAS SE PUEDEN ENTENDER COMO LAS TASAS DE INTERÉS QUE SE PRESENTAN PARA DIFERENTES PERIODOS DE CAPITALIZACIÓN, PARA LAS CUALES SI SE INVIERTE UNA MISMA CANTIDAD DE DINERO EN UN MISMO PERIODO, GENERAN UNA MISMA CANTIDAD DE INTERESES, POR LO QUE EL VALOR FUTURO DE AMBOS MONTOS INVERTIDOS ES EL MISMO.

El intermediario B le ofrece con las mismas condiciones pagar una tasa de interés del 28%, pero cuyas capitalizaciones se den de forma mensual. Con base en esta información ¿se podría afirmar que es más rentable invertir con el intermediario financiero A?

La respuesta a este problema es que no se sabe con exactitud, debido a que una mayor tasa de interés nominal no necesariamente genera mayor monto por concepto de intereses, esto debido a que, a pesar de que son tasas anuales, estas cuentan con diferente cantidad de periodos de capitalización, por lo que no pueden compararse.

Por lo anterior, es que es de suma importancia entender el concepto de equivalencia, desde el punto de vista financiero. Este término puede entenderse como que sumas diferentes de dinero, en momentos diferentes de tiempo, son iguales en valor económico.

Cuando se hable de tasas equivalentes, estas se pueden entender como las tasas de interés que se presentan para diferentes periodos de capitalización, para las cuales si se invierte una misma cantidad de dinero en un mismo periodo, generan una misma cantidad de intereses, por lo que el valor futuro de ambos montos invertidos es el mismo.

Para entender mejor el concepto es importante introducir antes la diferencia entre la tasa de interés nominal y la tasa de interés efectiva.

LAS TASAS DE INTERÉS EFECTIVA Y NOMINAL

TASA DE INTERÉS EFECTIVA

La tasa de interés efectiva es la que no contempla los diferentes periodos en que se da el fenómeno de la capitalización, dentro del tiempo al que se refiere la tasa de interés, el cual generalmente corresponde a un año.

La tasa de interés efectiva es aquella que se utiliza en las fórmulas de la matemática financiera. En otras palabras, las tasas efectivas son aquellas que forman parte de los procesos de capitalización del dinero.

Ejemplo:

El banco de Heredia ofrece una tasa de interés en sus certificados a plazo del 18% anual y capitaliza los intereses de manera semestral. Con base en esta información indique ¿cuál es la tasa de interés efectiva?

La tasa de interés nominal anual es representada por la letra "j":

- **J =** 18%

La cantidad de periodos de capitalización anuales es de dos, por ende:

- **m =** 2.

La tasa de interés efectiva se representa con una "i":

- **i =** j / m
- **i =** 9%

Por otro lado, y en cuanto a las tasas de interés nominales, estas no se utilizan directamente en las fórmulas de matemática financiera; sin embargo, son necesarias para la determinación de la tasa de interés que se utilice. En este sentido, las tasas de interés nominales siempre deberán contar con la información de cómo se capitalizan.

Otra manera de ver si dos o más tasas de interés son equivalentes, es si con diferente periodicidad estas producen el mismo interés efectivo al final de cualquier periodo.

Mediante un ejemplo se podrá aclarar mejor el concepto, para ello suponga que un determinado intermediario financiero, le ofrece pagar a usted una tasa de interés del 30% capitalizable de forma trimestral, pero usted quisiera antes de tomar una decisión, realizar un análisis comparativo para lo que busca información de otros dos entes financieros, para lo que acude a la financiera "El préstamo rápido" que ofrece la misma tasa de interés, pero con capitalizaciones mensuales y "El Chavo le presta" que ofrece capitalizaciones semestrales.

Para ello usted lo primero que hace es estimar la tasa de interés efectiva trimestral, razón por la cual divide la tasa nominal de 30% entre 4.

- **j =** 30%
- **m =** 4
- **i =** j / m = 30 / 4 = 7,5%, esta es la tasa efectiva trimestral.

Para definir las tasas equivalentes al 7,5% trimestral y que sean capitalizables mensual y semestralmente se procede de la siguiente forma.

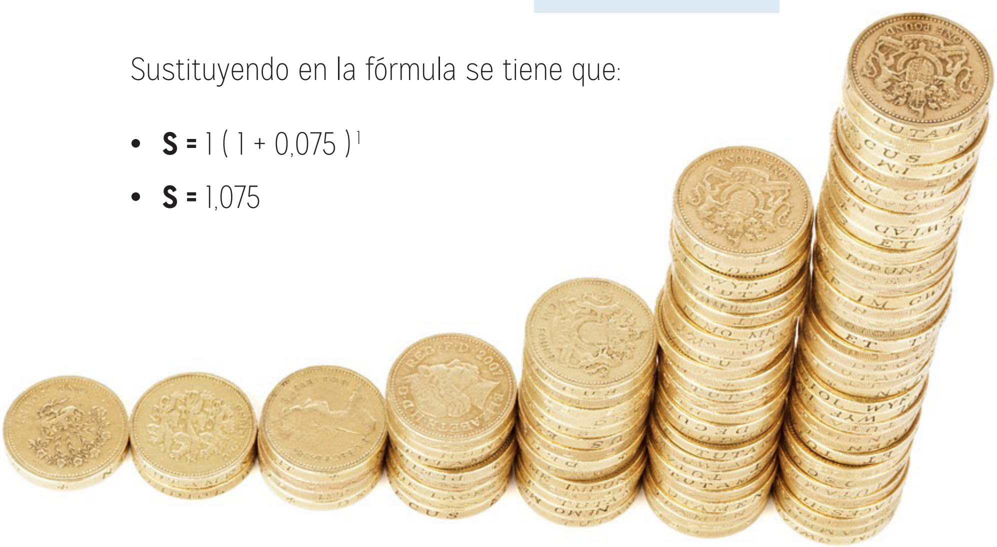
Lo primero que debe hacerse es definir la "i" mensual con base en una "i" trimestral del 7,5%.

- Suponga 1 como el principal.
- Se calcula S con la tasa de interés del 7,5 trimestral.

$$S = P(1 + i)^n$$

Sustituyendo en la fórmula se tiene que:

- **S =** $1(1 + 0{,}075)^1$
- **S =** 1,075



Ahora se calculan cuantos periodos de capitalización mensuales hay dentro de 1 trimestre, y hay 3, por que el trimestre lo conforman 3 meses.

Ahora utilizando nuevamente la fórmula de Valor Futuro se tiene que:

- $\mathbf{S = P\ (1 + i)^n}$
- $1{,}075 = (1 + i)^3$
- $\sqrt[3]{1{,}075} = (1 + i)$
- $1{,}0244 - 1 = i$
- $0{,}244 = i$ mensual

En el caso de que se quiera calcular la tasa de interés semestral equivalente con a la tasa de interés trimestral se siguen los siguientes pasos.

Suponga 1 como el principal:

- **i =** 7.5% trimestral
- **n =** 2, esto debido a que un semestre se compone de 2 trimestres.
- Se calcula S con la tasa de interés del 7,5 trimestral:
- **S =** $P\ (1 + i)^n$

Sustituyendo en la fórmula se tiene que:

- **S =** $1\ (1 + 0{,}075)^2$
- **S =** 1,075
- **S =** 1.155625

Este resultado indica que el crecimiento real durante el periodo fue del 0.155625 o del 15.5625%.

Para corroborar que estas tasas de interés son efectivamente equivalentes se puede proceder a calcular el valor futuro de un mismo monto, (100) a cada una de las tasas de interés anteriormente estimadas y para un periodo de un año.

Para ello simplemente se aplica la fórmula:

CÁLCULO CON LA TASA DE INTERÉS TRIMESTRAL

- **S =** $P(1 + i)^n$
- **P =** 100
- **n =** 4 (al ser trimestral hay cuatro periodos de capitalización al año)
- **i =** 7.5%
- **S =** $100(1 + 0.075)^4$
- **S =** 133.54

CÁLCULO CON LA TASA DE INTERÉS MENSUAL

- **S =** $P(1 + i)^n$
- **P =** 100
- **n =** 12 (al ser mensual hay 12 periodos de capitalización al año)
- **i =** 2.44%
- **S =** $100(1 + 0.0244)^{12}$
- **S =** 133.54

CÁLCULO CON LA TASA DE INTERÉS SEMESTRAL

- **S =** $P(1 + i)^n$
- **P =** 100
- **n =** 2 (al ser semestral hay 2 periodos de capitalización al año)
- **i =** 15.56%
- **S =** $100(1 + 0.1556)^2$
- **S =** 133.54

PROBLEMAS RESUELTOS DE ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES A INTERES COMPUESTO

ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES

Una ecuación de valor es la equivalencia financiera, pero planteada de manera algebraica y en una determinada fecha, entre dos flujos de dinero, cuyos momentos de vencimientos ya sea que coincidan o se hayan hecho coincidir.

Generalmente estos flujos de dinero están relacionados con conjuntos de deudas y pagos, o bien, a depósitos y retiros de una cuenta bancaria, así como también se pueden presentar casos de operaciones en las que un deudor desea cambiar un conjunto de pagos que debe efectuar a un acreedor, por otro conjunto que sea equivalente, pero con otras condiciones como cantidades y fechas de vencimiento.

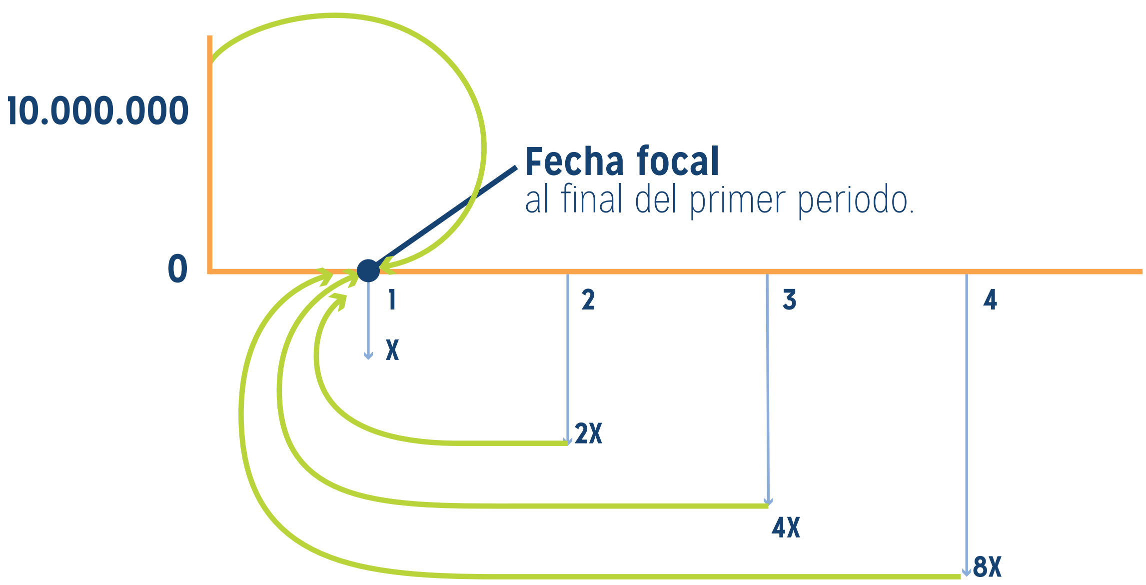
La igualdad o el planteamiento antes señalado es lo que se conoce como una ecuación de valores equivalentes o, simplemente, una ecuación de valor. Las ecuaciones de valores equivalentes resultan de gran utilidad en matemática financiera, ya que permiten plantear y resolver diversos tipos de problemas financieros que comúnmente se dan en la realidad.

Cabe destacar que una ecuación de valor se basa en el principio de que el dinero tiene un valor en el tiempo, por lo que al plantearla se debe tener muy en cuenta que dos o más montos monetarios no pueden sumarse ya que estrictamente sus vencimientos no coinciden en el tiempo.

Por lo anterior, es que para plantear una ecuación de valor se deben trasladar ya sea descontando o llevando a valor futuro los montos de dinero a una misma fecha, a la cual se le llama **fecha focal**. Una vez que todos los montos de dinero se hayan llevado a la fecha focal, es que se puede plantear la ecuación de valor.

Finalmente, para plantear la ecuación de valor, se deben valorar todos los flujos de ingresos y egresos que resulten de la situación, así como el saldo en la fecha focal y, una vez hecho esto, igualarse los ingresos y egresos con el saldo.

La fecha focal es representada gráficamente por el punto dentro de la línea del tiempo donde se va a equilibrar la ecuación de valor, por ende, es que existen tantas fechas focales como puntos tiene la línea del tiempo.



Elaboración propia con base en: https://www.google.co.cr/search?q=im%C3%A1genes+-fecha+focal+matem%C3%A1tica+financiera&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=qQ-dXUsGVBoqu9ATo2oDAAg&ved=0CFAQsAQ&biw=1350&bih=948&dpr=1

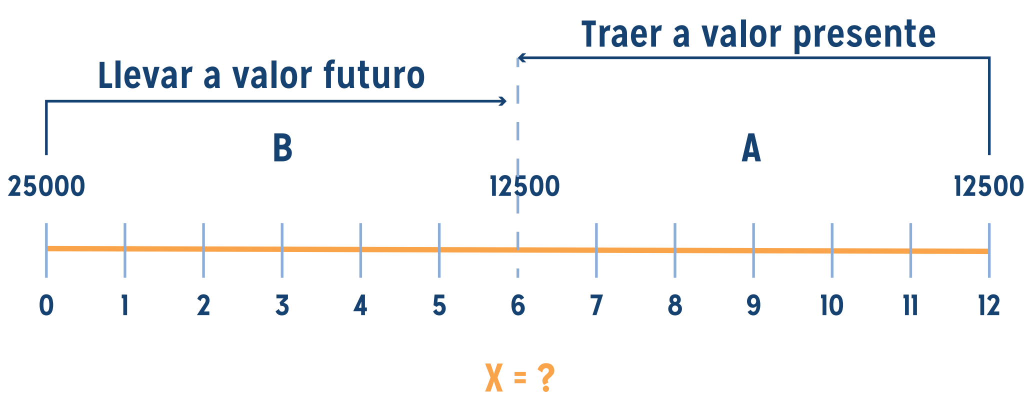
Al resolver problemas en que se utilicen ecuaciones de valor puede resultar de gran utilidad utilizar un diagrama de tiempo que incluya todos los datos como fechas, ingresos, egresos, saldo, tasas vigentes, etc.

Ejemplo 1:

Una empresa vende una maquinaria en $50 000.00. Le pagan $25 000 al contado y le firman dos documentos por $12 500 cada uno, con vencimiento a 6 y 12 meses. ¿Qué cantidad liquidará la deuda al cabo de 6 meses si se aplica un interés de 30% capitalizable mensualmente?

Solución

Lo primero que debe hacerse es elaborar el diagrama tiempo con los datos del enunciado.



Fuente: Elaboración propia

se formula la ecuación de los valores equivalentes que resulten:

$$X = A + B + 12500$$

Luego se calculan los valores equivalentes con las fórmulas del monto y valor actual, respectivamente con :

$$i = \frac{j}{m} = \frac{0.30}{12} = 0.025$$

A = $B\,(1 + i)^{n}$
A = $25000\,(1 + 0.025)^{6}$
A = $250000\,(1.159693418)$
A = $ 28992,33546

B = $A\,(1 + i)^{-n}$
B = $12500\,(1 + 0.025)^{-6}$
B = $12500\,(0.862296866)$
B = $ 10778,71082

Finalmente, se sustituyen los resultados y se resuelve la ecuación:

X = A + B + 12500
X = 28992,33546 + 10778,71082 + 12500
X = $ 17395,40 + 8622,96866 + 10000
X = $ 52271,04628

Ejemplo 2:

Jorge pide un préstamo de 120 000 dólares para la compra de una casa. Ofrece pagar 15 000 en un año, 35 000 en 2 años y el saldo a 3 años.

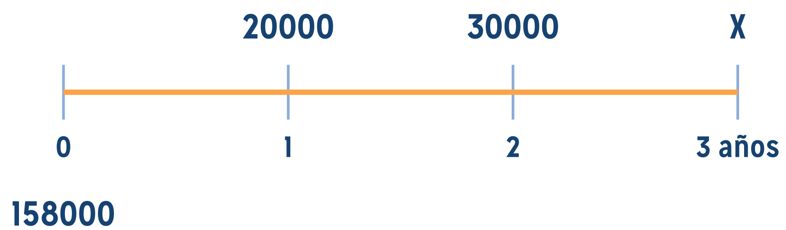
¿Qué cantidad debe pagar para liquidar la deuda si la tasa de interés es de:

a. 8% anual capitalizable trimestralmente

b. 12% anual capitalizable trimestralmente?

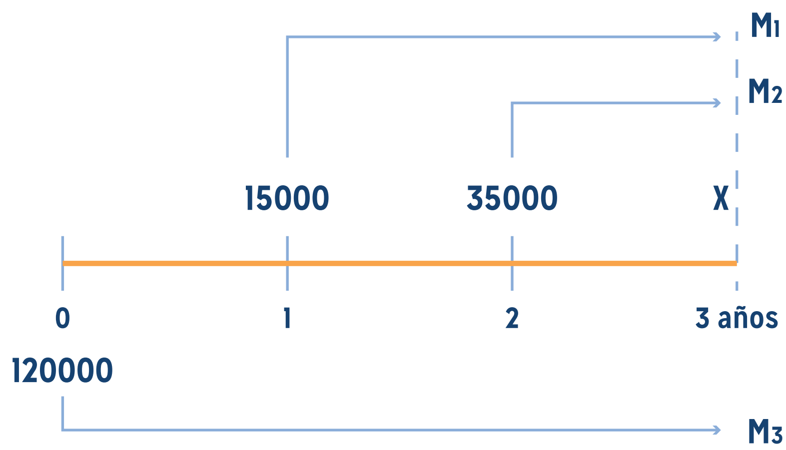
Solución:

DIAGRAMA DE TIEMPO



El diagrama tiempo nos muestra las condiciones del problema.

Se selecciona la fecha focal a los 3 años:



a. j_4 = 8%

Esta tasa equivale a la tasa de interés por periodo:

- **i =** j / m = 0.08 / 4
- **i = 0.02**

ECUACIÓN DE VALORES EQUIVALENTES

$$M_3 = M_1 + M_2 + X$$

$1200000\ (1 + 0.02)^{12} = 15000\ (1 + 0.02)^{8} + 35000\ (1 + 0.02)^{4} + X$

152189,0153 = 17574,89072 + 37885,1256 + X

152189,0153 - 17574,89072 - 37885,1256 = X

X = $ 96728,99898

b. j_4 = 12%?

Esta tasa equivale a la tasa de interés por periodo:

- **i =** j / m = 12 / 4
- **i = 0.03**

ECUACIÓN DE VALORES EQUIVALENTES

$$M_3 = M_1 + M_2 + X$$

$1200000\ (1 + 0.02)^{12} = 15000\ (1 + 0.02)^{8} + 35000\ (1 + 0.02)^{4} + X$

171091,3064 = 19001,55122 + 39392,80835 + X

171091,3064 - 19001,55122 - 39392,80835 = X

X = $ 112696,9468

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aching, C. (s.f.) *Matemáticas Financieras para la toma de decisiones empresariales*. Serie MYPES. [en línea] Recuperado de: http://es.slideshare.net/PARKOUR7/matemticas-financieras-para-la-toma-de-decisiones-empresariales

Brown, R. (2005). *Matemáticas Financieras*. (2ª ed.). México: McGraw Hill.

Díaz, A. (2008). *Matemáticas Financieras*. (4ª ed.). México: Mc Graw Hill.

Serna, J. (1998). *Matemática financiera e ingeniería económica: Una introducción a las finanzas*. (2ª ed.). San José, Costa Rica: Editorial Impresos Tesa.

Kozikowski, Z. (2007). *Matemática Financiera. El Valor del Dinero en el Tiempo*. México: McGraw Hill.

ILUMNO