

# INTERÉS COMPUESTO

# INTERÉS COMPUESTO

Se puede entender como interés compuesto la operación financiera en la que se capitalizan los intereses. Esto significa que el monto invertido gana con el tiempo interés sobre interés, formando un nuevo monto sobre el cual se calcularán los intereses para el siguiente periodo y así sucesivamente.

El periodo que pasa entre una capitalización y otra se conoce como periodo de capitalización o periodo de conversión y este puede ser anual, semestral, trimestral, mensual, entre otros. Este tema se desarrollará con mayor detalle más adelante.

## COMPARACIÓN ENTRE EL INTERÉS SIMPLE Y EL INTERÉS COMPUESTO

La mejor forma de comparar los valores futuros de interés simple e interés compuesto es mediante la elaboración de un simple ejemplo numérico.



**Ejemplo 1:**

1. Hallar el interés simple sobre \$ 1.500 por un periodo de 3 años, si el dinero se invierte a una tasa de interés del 5%.
2. Hallar el interés compuesto sobre \$ 1.500 por un periodo 3 años, si el dinero se invierte a una tasa de interés compuesto del 5% anual.

Utilizando la fórmula de interés simple se tendría que:

$$I = P * r * t$$

Sustituyendo en la fórmula se obtiene:

- 1 año 1 =  $1500 * 0.05 * 1 = 75$
- 1 año 2 =  $1500 * 0.05 * 1 = 75$
- 1 año 2 =  $1500 * 0.05 * 1 = 75$

El total acumulado al final de los tres años es de  $75 + 75 + 75 = 225$ .

Aplicando directamente la fórmula de interés simple para los 3 años el resultado sería el mismo.

$$I = 1500 * 0.05 * 3 = 225$$

Mediante el interés compuesto el resultado sería mayor, esto porque el interés se capitaliza periodo tras periodo.

- 1 año 1 =  $1500 * 0.05 * 1 = 75$
- 1 año 2 =  $1575 * 0.05 * 1 = 78,75$
- 1 año 2 =  $1653,75 * 0.05 * 1 = 82,68$

El total acumulado al final de los tres años es de  $75 + 78,75 + 82,68 = 236,43$ .

Es fácil ver como la diferencia entre los montos acumulados mediante el interés simple y el compuesto se debe al efecto generado por la capitalización de los intereses del segundo método.



**Ejemplo 2:**

Usted ha logrado acumular un monto por concepto de ahorros de 1.000.000,00 de colones, si decidiera invertirlos a una tasa del 15% anual por un periodo de 5 años ¿cuánto obtendría al final del periodo si la tasa de interés fuera simple y cuánto si fuera compuesto?

Si el interés fuese simple el cálculo paso a paso sería:

- 1 año 1 =  $1.000.000,00 * 0,15 * 1 = 150.000,00$
- 1 año 2 =  $1.000.000,00 * 0,15 * 1 = 150.000,00$
- 1 año 3 =  $1.000.000,00 * 0,15 * 1 = 150.000,00$
- 1 año 4 =  $1.000.000,00 * 0,15 * 1 = 150.000,00$
- 1 año 5 =  $1.000.000,00 * 0,15 * 1 = 150.000,00$

El total acumulado al final de los tres años es de  $150.000,00 + 150.000,00 + 150.000,00 + 150.000,00 + 150.000,00 = 750.000,00$ .

También se puede calcular multiplicando 150.000,00 por 5 años.

Mediante el interés compuesto el resultado sería:

- 1 año 1 =  $1.000.000,00 * 0,15 * 1 = 150.000,00$
- 1 año 2 =  $1.150.000,00 * 0,15 * 1 = 172.000,00$
- 1 año 3 =  $1.322.200,00 * 0,15 * 1 = 198.300,00$
- 1 año 4 =  $1.520.500,00 * 0,15 * 1 = 228.075,00$
- 1 año 5 =  $1.748.575,00 * 0,15 * 1 = 262.286,25$

El total acumulado al final de los tres años es de  $150.000,00 + 172.000,00 + 198.300,00 + 228.075,00 + 262.286,25 = 1.010.661,25$ .



## VALOR FUTURO Y VALOR PRESENTE CON INTERÉS COMPUESTO

Como se pudo ver anteriormente la diferencia entre el interés simple y el interés compuesto radica en que en el compuesto los intereses del primer periodo se suman al monto principal o capital, resultado que representa el capital del segundo periodo.

### CÁLCULO DE VALOR FUTURO

Para el cálculo del Valor futuro con interés compuesto se utiliza la siguiente fórmula:

$$S = P (1 + i)^n$$

Donde:

- **S:** indica el monto, valor acumulado o valor futuro que resulta de multiplicar el capital (P) por el factor de acumulación  $(1+i)^n$ . Debe notarse, por tanto, que si no se estipularan intereses, el valor presente (P) sería igual al valor futuro (S).
- **i:** indica la tasa de interés efectiva por periodo de capitalización, puede expresarse términos porcentuales o en forma decimal (0,25).
- **j:** corresponde a la tasa de interés nominal anual, existen ocasiones en que la tasa nominal se representa con una "r".
- **n:** representa la cantidad total de periodos de capitalización que se dan durante el plazo de la operación. Se calcula multiplicando m por la cantidad de años.
- **P:** es el Valor Presente o suma de dinero que origina el interés, ya sea por un préstamo o por una inversión. Llamado también principal o capital.
- **m:** representa la cantidad de periodos de capitalización por año, por ende:

$$i = j / m$$

- $P (1 + i)^n$  = representa el factor de acumulación del interés compuesto.

## PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN

Como se ha mencionado, la tasa de interés debe estar en concordancia con el tiempo. En el caso de interés compuesto, la tasa de interés puede tener diferentes periodos en que ella capitaliza, los cuales dependerán no solo de la frecuencia con que se capitalice en el año, sino que también por la cantidad de años de la operación.

### FACTOR DE CAPITALIZACIÓN O FRECUENCIA DE CONVERSIÓN

**fc: factor de capitalización o frecuencia de conversión.** Es el número de veces en un año en que la tasa capitaliza o que el interés se convierte en capital, de modo que fijada la tasa nominal, una capitalización más frecuente se traduce en un interés mayor sobre las inversiones.

La frecuencia de conversión o factor de conversión dependerá de cada cuanto tiempo capitaliza la operación, la siguiente tabla muestra la frecuencia y el factor de conversión.

FRECUENCIA DE CONVERSIÓN	FACTOR DE CONVERSIÓN
Anual	2
Semestral	2
Cuatrimestral	3
Trimestral	4
Bimensual	6
Mensual	12
Quincenal	24
Semanal	52
Diaria	365

Fuente: Elaboración propia

**Ejemplo 1:**

Se invierten \$1500 durante 18 meses a una tasa nominal de 13%, con base en la información. ¿Cuánto es el valor acumulado, si el interés se compone o capitaliza mensualmente?

Se tiene que:

- $P = 1500$ ,  $i = 0,13 / 12$  y  $n = 18$
- $S = P(1 + i)^n$
- $S = 1500 (1 + 0,13 / 12)^{18}$
- $S = \$ 1821.06$

**Ejemplo 2:**

Si usted invierte en un certificado de inversión 250.000,00 que reconoce un interés compuesto y una tasa de rendimiento del 28% con interés capitalizable trimestralmente ¿cuánto obtendrá de dicha inversión si el plazo de esta es de 2 años?

Se tiene que:

- $P = 250.000,00$   $i = 0,28 / 4$  y  $n = 8$
- $S = P(1 + i)^n$
- $S = 250.000,00 (1 + 0,28 / 4)^8$



## CÁLCULO DE VALOR PRESENTE

Al igual que en el caso del Interés simple, con interés compuesto puede también calcularse el valor presente o descontado de un monto futuro, para ello la fórmula que se debe aplicar es:

$$P = S (1 + i)^{-n}$$

La anterior fórmula se puede expresar también como:

$$P = S / (1 + i)^n$$

### Donde:

- **S:** indica el valor futuro que resulta o capital que debe ser pagado o cobrado una vez que culmine la operación.
- **i:** indica la tasa de interés efectiva por periodo de capitalización, puede expresarse términos porcentuales o en forma decimal (0,25) y se calcula dividiendo la tasa de interés nominal entre la cantidad de periodos de capitalización que se dan anualmente.
- **j:** corresponde a la tasa de interés nominal anual. Existen ocasiones en que la tasa nominal se representa con una "r".
- **n:** representa la cantidad total de periodos de capitalización que se dan durante el plazo de la operación. Se calcula multiplicando m por la cantidad de años.
- **P:** es el valor presente o suma de dinero que origina el interés, ya sea por un préstamo o por una inversión. Es llamado también principal o capital.
- **m:** representa la cantidad de periodos de capitalización por año, por ende:
- **$i = J/m$ .**
- **$P (1 + i)^{-n}$ :** representa el factor de descuento del interés compuesto.





**Ejemplo 1:**

¿Cuánto habrá que depositar hoy en un fondo de inversión que paga  $j_{12} = 10,4\%$  para tener \$2000 dentro de 3 años?

$$P = S (1 + i)^{-n}$$

Se tiene que:

- $S = 2000$ ,  $i = 0,104 / 12$  y  $n = 3 * 12$   $n = 36$
- $P = 2000 (1 + 0,104 / 12)^{-36}$
- $P = \$ 1465,93$

**Ejemplo 2:**

Calcule el valor presente de \$8000 pagaderos en 5 años al 7% de interés capitalizable:

- Trimestralmente
- Diariamente

$$P = S (1 + i)^{-n}$$

Se tiene que:

- $S = 8000$ ,  $i = 0,07 / 12$  y  $n = 5 * 4$   $n = 20$
- $P = 8000 (1 + 0,07 / 4)^{-20}$
- $P = \$ 5654,60$

Se tiene que:

- $S = 8000$ ,  $i = 0,07/365$  y  $n = 5 * 365$   $n = 1825$
- $P = 8000 (1 + 0,07 / 365)^{-1825}$
- $P = \$ 5637,69$

## CÁLCULO DE LA TASA DE INTERÉS Y EL TIEMPO

De la misma manera como en el caso del interés simple se pueden calcular variables como la tasa de interés y el tiempo, en el caso de interés compuesto también se puede hacer.

### LA TASA DE INTERÉS

#### Ejemplo 1:

Un determinado banco afirma que le puede triplicar el dinero que usted invierta en él, si lo mantiene durante un plazo de 10 años, con base en esa información ¿cuál sería la tasa de interés compuesta de forma mensual que ofrece este banco?

$$i = [ ( S / P )^{1/n} - 1 ] * 100$$

Para encontrar la solución simplemente se sustituye en la fórmula los datos. Del enunciado del problema se deduce que si el monto se triplica se tendría suponiendo que  $P = 1$ :

- $S = 3$
- El tiempo en años es 10
- $m = 12$
- $n = 120$ , lo cual resulta de multiplicar 10 por 12 meses.
- $i = [ ( 3 / 1 )^{1/120} - 1 ] * 100$
- $i = 0.919713$

La tasa de interés mensual es 0.919713

Si se quiere obtener la tasa de interés anual simplemente se aplica la siguiente fórmula:

$$Jm = [ m [ ( S / P )^{1/n} - 1 ] ] * 100$$

Sustituyendo en la ecuación los datos se tendría que:

$$i = 12 * [ ( 3 / 1 )^{1/120} - 1 ] * 100$$

$$i = 11.0365$$

La tasa de interés anual es 11.0365%.

**Ejemplo 2:**

¿A qué tasa de interés deben depositar \$15.000,00 para disponer de \$50.000,00 en un plazo de 5 años? Considere que los intereses se capitalizan.

**a. Semestralmente**

**b. Trimestralmente**

$$i = [ ( S / P )^{1/n} - 1 ] * 100$$

**Respuesta a)**

Para encontrar la solución simplemente se sustituye en la fórmula los datos, del enunciado del problema.

- **P** = 15.000,00:
- **S** = 50.000,00
- El tiempo en años es de 5.
- **m** = 2
- **n** = 10, lo cual resulta de multiplicar 5 años por 2 semestres.
- **i** =  $[ ( 50.000,00 / 15.000,00 )^{1/10} - 1 ] * 100$
- **i** = 12,7944

La tasa de interés Semestral es 12,7944.



Si se quiere obtener la tasa de interés anual simplemente se aplica la siguiente fórmula:

$$Jm = [ m [ ( S / P )^{1/n} - 1 ] ] * 100$$

Sustituyendo en la ecuación los datos se tendría que:

- $i = 2 [ ( 50.000,00 / 15.000,00 )^{1/10} - 1 ] * 100$
- $i = 25,5889$
- La tasa de interés anual es 25,5889%.

### Respuesta b)

- $P = 15.000,00$
- $S = 50.000,00$
- El tiempo en años es de 5.
- $m = 4$
- $n = 20$ , lo cual resulta de multiplicar 5 años por 2 semestres.
- $i = [ ( 50.000,00 / 15.000,00 )^{1/20} - 1 ] * 100$
- $i = 6,2047$

La tasa de interés Trimestral es 6,2047.

Si se quiere obtener la tasa de interés anual simplemente se aplica la siguiente fórmula.

$$Jm = [ m [ ( S / P )^{1/n} - 1 ] ] * 100$$

Sustituyendo en la ecuación los datos se tendría que:

- $i = 4 [ ( 50.000,00 / 15.000,00 )^{1/20} - 1 ] * 100$
- $i = 24,8189$
- La tasa de interés anual es 24,8189%.

## CÁLCULO DEL TIEMPO

Otra de las variables que pueden calcularse en operaciones de interés compuesto es el periodo en que un determinado monto invertido o solicitado (P) se convierte en otro cobrado o pagado (S)

Ello se puede lograr utilizando la siguiente fórmula:

$$T = [ \log ( S / P ) / \log ( 1 + ( j / m ) ) ]$$

$$T = [ IT = [ \log ( S / P ) / \log ( 1 + i ) ]$$

### Ejemplo 1:

¿Cuántos años tardarán \$100 en convertirse en \$200, si el rendimiento que se obtiene de una inversión es del 21.5% anual y el ente en que se invierte ofrece un periodo de capitalización trimestral?

- $t = [ \log ( 200 / 100 ) / \log ( 1 + ( 0.215 / 4 ) ) ]$
- $t = [ ( ( 0.301030 ) ) / \log ( 1 + ( 0.05375 ) ) ]$
- $t = [ ( ( 0.301030 ) ) / 0.022737 ]$
- $t = 13.24$  trimestres

Si se quiere estimar la cantidad de años simplemente se divide la cantidad de trimestres entre la cantidad de trimestres que tiene el año.

$$t = 13.24 / 4 = 3.31 \text{ años.}$$

### Ejemplo 2:

¿Cuánto tiempo tardará un monto de 1000 colones en acumular 400 colones en intereses, si se invierten a una tasa de interés del 10% anual, capitalizable semestralmente? Lo primero que debe hacerse es encontrar S.

- $S = P + I$
- $S = 1000 + 400$
- $S = 1400$
- $t = [ \log ( 1400 / 1000 ) / \log ( 1 + ( 0.1 / 2 ) ) ]$
- $t = [ ( ( 0.1461280357 ) ) / \log ( 1 + ( 0.05 ) ) ]$
- $t = [ ( ( 0.1461280357 ) ) / 0.02118929907 ]$
- $t = 6.89$  semestres
- $t = 3.445$  años.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aching, C. (s.f.) *Matemáticas Financieras para la toma de decisiones empresariales*. Serie MYPES. [en línea] Recuperado de: <http://es.slideshare.net/PARKOUR7/matematicas-financieras-para-la-toma-de-decisiones-empresariales>
- Brown, R. (2005). *Matemáticas Financieras*. (2ª ed.). México: McGraw Hill.
- Díaz, A. (2008). *Matemáticas Financieras*. (4ª ed.). México: Mc Graw Hill.
- Serna, J. (1998). *Matemática financiera e ingeniería económica: Una introducción a las finanzas*. (2ª ed.). San José, Costa Rica: Editorial Impresos Tesa.
- Kozikowski, Z. (2007). *Matemática Financiera. El Valor del Dinero en el Tiempo*. México: McGraw Hill.



The logo consists of the word "ILUMNO" in a bold, white, sans-serif font. The letter "O" is replaced by a white circle with a small gap at the top, giving it a modern, circular appearance. The text is centered within a solid orange rectangular background.

ILUMNO